PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 26. 15. Oktober 1903. Redaktionsschluss für No. 27 am 28. Oktober 1903. 4. Jahrgang.

INHALT.

Originalmitteilungen:

R. W. Wood und J. H. Moore, Die Fluoreszenz von Natriumdampf. S. 701.

A. W. Ewell, Über mechanisch hervorgerufene Rotationspolarisation. S. 706.

J. R. Januszkiewicz, Über eine Methode willkürlicher Umladung Vosscher Influenzmaschinen. S. 708.

W. v. Nicolajew, Über das elektrostationäre Feld in Leitern und Elektrolyten. II. S. 709.

J. J. T. Chabot, Über die Entstehung des Induktionsstromes. S. 713.

J. Stark, Die Eigenschaften des Glimmstromes in freier Luft. S. 715.

H. Mache, Eine einfache Methode, die Geschwindigkeit von Gasionen zu bestimmen, welche weder hohes Molisierungs- noch Regenerierungsvermögen besitzen. S. 717.

F. Wallstabe, Über die Diffusion von Radium-Emanation in Flüssigkeiten. S. 721.

E. Lecher, Bemerkungen zu den Versuchen des Herrn A. Voller über die Frage der Mitwirkung der Erdoberfläche bei der Fortpflanzung elektrischer Wellen. S. 722.

Besprechungen:

C. R. Mann, Handbuch der höheren Optik. S. 724.

Personalien. S. 724.

Gesuche. S. 724.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Die Fluoreszenz von Natriumdampf.

Von R. W. Wood und J. H. Moore.

Die grüne Fluoreszenz, die man am Natriumdampf wahrnimmt, wenn derselbe mit intensivem weissem Lichte beleuchtet wird, wurde von Wiedemann und Schmidt (Wied. Ann. 57, 447, 1897) zuerst beobachtet und untersucht. Die von ihnen angewandte Methode bestand darin, dass das Metall in einer luftleeren Glasröhre erhitzt wurde, während man Sonnenstrahlen vermittels einer Linse auf den Dampf konzentrierte. Ein Kegel grünen Lichtes ist an der Stelle sichtbar, wo der intensive Strahl in die Metalldampfmasse eintritt. Bei der Untersuchung mit dem Spektroskop zeigte es sich, dass dieses Licht aus einer Bande im Rot, einer engeren Bande etwa in der Lage der *D*-Linien und einer breiten grünen Bande besteht, welche, wie der Versuch lehrte, aus einzelnen Kanälen oder Banden besteht. Die Wellenlängen einiger dieser Streifen wurden in roher Annäherung bestimmt, jedoch scheinen die Verfasser ihre Beziehung zu den Absorptionsstreifen, die im selben Teile des Spektrums auftreten, nicht genau festgestellt zu haben.

Da wir augenblicklich keine recht befriedigende Theorie der Fluoreszenz besitzen, und da so ziemlich alle quantitativen Arbeiten mit Lösungen ausgeführt worden sind, so schien es der Mühe wert zu sein, eine sorgfältige Untersuchung der Beziehung zu unternehmen, welche zwischen dem von Natriumdampf ausgesandten fluoreszierenden und dem durch den Dampf unter denselben Bedingungen absorbierten Lichte besteht. Die interessantesten durch diese Untersuchungen festgestellten Punkte sind der Umstand, dass das Fluoreszenz-Spektrum Bande für Bande und Linie für Linie mit dem Absorptionsspektrum genau zusammenfällt und dass ferner eine Bestimmung der Beziehung zwischen der die Fluoreszenz hervorrufenden Wellenlänge und der Natur des fluoreszierenden Spektrums vorgenommen werden konnte. Es wurde die einigermassen auffällige Thatsache festgestellt, dass die Absorption in der *D*-Linie in keiner Weise mit der Hervorrufung von Fluoreszenz etwas zu thun hat, obwohl die Absorption an diesem Punkte des Spektrums bedeutend intensiver als an irgend einem anderen Punkte ist.

Vermittels eines verbesserten Apparates waren wir nicht nur imstande, das Fluoreszenz-Spektrum mit einem konkaven Beugungsgitter zu photographieren, sondern konnten ebenso vermittels eines Gitters das fluoreszierende Spektrum beobachten, welches durch annähernd monochromatisches Licht, wie man dieses mit einem Fuessschen monochromatischen Beleuchtungsapparat erzielt, hervorgerufen wird. Die Ergebnisse der Arbeit werfen interessantes Licht auf die Mechanik des Natrium-Moleküls und dürften zweifellos für die Entwicklung der Fluoreszenz-Theorie von bedeutendem Werte sein.

Der benutzte Apparat.

Die bei luftleeren Glasröhren beobachtete Fluoreszenz ist niemals recht intensiv, und die Versuche lassen sich nur einige Augenblicke lang fortsetzen, da die Glasfläche schnell eine Korrosion erleidet. Ausserdem ist es nicht möglich, sehr dichten Dampf zu benutzen, dessen Erzeugung hohe Temperaturen erfordert, und zwar infolge seiner Einwirkung auf Glas. Die von dem einen von uns bei einer früheren Untersuchung über den Gegenstand angewandte Röhrenform (Wood; Proceedings of the Royal Soc. Vol. 69, 157; siehe auch Phil. Mag. 1902) gestattet die Darstellung von Natriumdampf von grosser Dichte; infolge der schnellen Destillation nach kälteren Teilen der Röhre hin, lässt sich jedoch der Versuch nicht lange genug fortsetzen, um gute photographische Aufnahmen zu erzielen. Es ist wichtig, nicht nur sehr

dichten Dampf zur Verfügung zu haben, sondern auch den Dampf auf ein schmales Bereich zu begrenzen, welches so scharf abgegrenzt sein muss, dass das Licht nicht durch Absorption geschwächt wird, bevor es die dichteren Teile erreicht. Um diesen Erfordernissen zu genügen, wurde eine neue Röhrenform ausgedacht und konstruiert, welche ganz wunderbar schöne Resultate ergab. Mit derselben wurde eine 10—15mal hellere Fluoreszenz, als dies mit Glasröhren möglich ist, erzielt und 5—6 Stunden lang ohne Nachfüllen der Röhre unverändert erhalten. Diese Röhre haben wir volle 40 Stunden lang in Thätigkeit gehabt, und dieselbe fängt erst gerade jetzt an, Zeichen von Undichtheit an den hartgelöteten Verbindungsstellen zu zeigen, was der Einwirkung des Natriums auf Silber bei Rotglut zuzuschreiben ist. Die Röhre lässt sich sehr leicht konstruieren, und wenn dieselbe einmal geladen ist, so kann sie immer wieder benutzt werden, ohne dass zur Darstellung dieses ausserordentlich schönen Beispieles von Fluoreszenz auch nur die mindeste Vorbereitung erforderlich wäre. Ihre allgemeine Form ist in Fig. 1 dargestellt. Die grosse

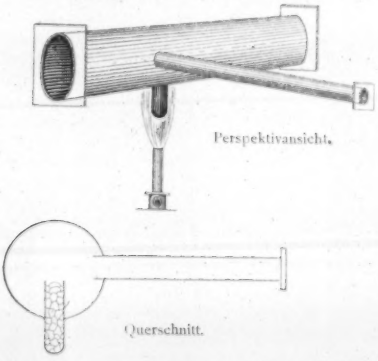


Fig. 1.

Röhre war ein Stück 3zölligen (16kalibrigen) Shelby schen nahtlosen Stahlrohres von 2 Fuss Länge. Ein 10 Zoll langes Stück dünnen $^3/_4$zölligen Stahlrohres wurde mit Silber in die grosse Röhre in deren Mittelpunkt eingelötet, so dass sie mit derselben einen rechten Winkel bildete.

Unmittelbar unterhalb dieser Röhre und im rechten Winkel zu beiden wurde ein kleiner Eisentiegel in die grössere Röhre eingelötet, welcher in deren Inneres so weit hineinragte, dass sein Rand durch die Seitenröhre hindurch sichtbar war. Dieser Tiegel wurde durch Ausbohren eines $^3/_4$zölligen Eisencylinders hergestellt. Ein kleines Stück Messingrohr wurde gleichfalls an einem Ende in die grosse Röhre eingelötet; durch dieselbe konnte das ganze System luftleer gemacht werden. Der Tiegel wurde mit Natriumstücken angefüllt und die Enden der grossen Röhre mit Spiegelglas geschlossen, welches sorgfältig mit Siegellack angekittet wurde. Die Seitenröhre wurde hierauf in derselben Weise geschlossen und das Ganze auf einen Druck von etwa 1 mm vermittels einer Quecksilberpumpe evakuiert. Hierauf wurde die Röhre von der Pumpe abgeschmolzen, nachdem ein kleines Stück Glasrohr in die Messingröhre gekittet und in ein Kapillarrohr ausgezogen worden war.

Die Röhre wurde nunmehr in horizontaler Lage aufgestellt und ein grosser Bunsenbrenner unterhalb des Tiegels angebracht, welcher bald zur Rotglut erhitzt wurde. Der dichte Natriumdampf strömte aus der Mündung des Tiegels aus und kondensierte sich allmählich an den kälteren Teilen der Röhre. Sonnenlicht wurde von einem Heliostaten aus durch das grosse Rohr hindurchgeschickt und eine in der Nähe des Glasfensters angebrachte Linse bildete ein Bild der Sonne unmittelbar oberhalb des Tiegelhalses. Wenn man auf das Seitenrohr herabsah, so nahm man einen intensiv grünen Lichtkegel wahr, der bedeutend heller war als alles jemals mit Glasröhren Erzielte. Die umherschwimmenden Oxydflecken, die beim ersten Erhitzen der Röhre auftreten und mit blendend weissem Licht leuchten, verschwinden bald und lassen die Fluoreszenz völlig unberührt. Es ist augenscheinlich, dass bei dieser Anordnung das Licht sofort in den dichtesten Dampf eintritt, ohne vorherigen Verlust durch Absorption in weniger dichtem Dampf zu erleiden. Ausserdem geht das Fluoreszenzlicht hinab durch die Beobachtungsröhre, ohne dass es mehr als eine dünne Dampfschicht zu durchdringen hätte, was ganz ausserordentlich wichtig ist, da wir das Fluoreszenzlicht unverändert durch spätere Absorption zu untersuchen wünschen. Die grosse Menge Natrium, welche sich im Tiegel aufspeichern lässt, gestattet uns, lange Zeit hindurch einen dichten Dampfstrom vor der Beobachtungsröhre zu liefern, was ganz wesentlich ist, wenn es sich um Darstellung von photographischen Aufnahmen handelt.

Das Spektrum des Fluoreszenzlichtes.

Das Spektrum des Fluoreszenzlichtes wurde zunächst mit einem Steinheilschen Zweiprismenspektroskop untersucht. Das Spektrum bestand aus einem roten und einem grünen Streifen; letzterer zeigte ein deutlich geripptes Aussehen. Keine Spur einer hellen Linie oder Bande in der Lage der *D*-Linien oder in deren Nähe hat sich bei irgend einem unserer Versuche jemals feststellen lassen. Die Anwesenheit derselben in dem von Wiedemann und

Schmidt und auch von dem einen von uns beschriebenen Spektrum ist möglicherweise dem Umstand zuzuschreiben, dass in beiden Fällen der Dampf in einer mit einem Bunsenbrenner erhitzten Glasröhre enthalten war. Diese durch das Natrium des Glases gefärbte Flamme mag daran schuld gewesen sein, dass an erwähnter Stelle eine helle Linie auftrat, was sich übrigens durch Wiederholung der Versuche mit Glasröhren sehr leicht entscheiden liesse. Die auffällige Ähnlichkeit des gerippten Spektrums mit dem Absorptionsspektrum legt es sofort nahe, dass der Grund an dem Umstand liegen dürfte, dass das Fluoreszenzlicht vor Erreichen des Spektroskops eine gewisse Dampfmenge zu passieren hat, mit anderen Worten, dass dieselbe überhaupt nicht dem Fluoreszenzspektrum angehört, sondern das Resultat von Absorption ist. Um festzustellen, ob dies der Fall war, wurde ein Vergleichs-Absorptionsspektrum dargestellt, indem man etwas von dem Lichte, welches die Röhre passiert hatte, vermittels eines Spiegelpaares und eines kleinen rechtwinkligen Prismas in das Instrument warf. Es war sofort augenscheinlich, dass die hellen Linien und Banden des Fluoreszenzspektrums genau zu denen des Absorptionsspektrums die Ergänzung bildeten. Um eine feste Registrierung dieser Thatsache zu erzielen, wurde an das Spektroskop eine Kamera befestigt und die beiden Spektren photographiert. Das Spektrogramm bestätigte in jeder Hinsicht die visuelle Beobachtung, nur war die Dispersion zu klein, als dass man gute Bilder hätte erzielen können.

Ein Rowlandsches konkaves Beugungsgitter von 1 Meter Radius wurde hierauf an Stelle des Spektroskops benutzt und mit einer Expositionszeit von weniger als einer Stunde ausgezeichnete Photographien erhalten. Das Fluoreszenzspektrum dehnte sich, wie der Versuch zeigte, von der Wellenlänge 534 nach der Wellenlänge 460 in der Gegend des Grün und Blau aus. Alle diese Photogramme zeigen ausserdem ein schwaches Sonnenspektrum, welches vom Ende des Fluoreszenzspektrums aus sich bis nach der *H*- und *K*-Linie ausdehnt. Dieses kommt von einer kleinen Menge weissen Lichtes, das durch gelegentliche Oxydflecke diffundiert oder vielleicht an der Röhrenwand reflektiert wird. Soweit wir imstande gewesen sind, dies festzustellen, ist das Fluoreszenzspektrum nicht mit Sonnenlinien untermischt, da es in einem weniger aktinischen Bereich liegt und da das diffundierte Licht nicht intensiv genug ist, um in diesem Bereich sich deutlich fixieren zu lassen.

Die Photogramme zeigten die bemerkenswerte Thatsache, dass das Fluoreszenzspektrum die genaue Ergänzung zum Absorptionsspektrum ist. Die beiden Spektra wurden übereinander auf demselben Film photographiert und hätten als gegenseitige photographische Kopien angesehen werden können. Im oberen Spektrum waren z. B. zwei breite helle Streifen mit einer feinen dunklen Linie nach dem Mittelpunkt zu, während im unteren Spektrum zwei breite dunkle Streifen mit hellen Linien nach dem Mittelpunkt zu auftraten. Dasselbe galt von allen Unregelmässigkeiten der Schattierung des sehr komplizierten Rippen-Spektrums. Eine Zahl solcher Photogramme sind in den Figuren wiedergegeben. Da die feinen Einzelheiten zum grössten Teile beim Reproduktionsverfahren verloren gingen, wurde eine sehr sorgfältige Zeichnung der beiden Spektren nach dem Original-Negativ hergestellt, welche mit den direkten Aufnahmen dargestellt ist.

Das Fluoreszenzspektrum in der Gegend des Grün-Blau lässt sich in drei Streifengruppen einteilen: erstens die von 5340—5080, die aus 6 breiten unbestimmten Streifen bestehen und ihrer Lage nach mit den Rippenstreifen des Absorptionsspektrums übereinstimmen; durch weitergehende Dispersion würden dieselben sich zweifellos in Linien auflösen lassen. Zweitens die von 5080—4865; eine Gruppe unregelmässiger gerippter Streifen, deren Oberenden nach dem Rot zu zeigen, die daher auf der weniger brechbaren Seite am stärksten sind und nach den kürzeren Wellenlängen zu unbestimmter werden. Drittens, die von 4865—4600; dieselben treten bei der benutzten Dispersion als gleichförmige schmale Banden auf. Das Spektrum ist die genaue Ergänzung des mit demselben Instrument aufgenommenen Absorptionsspektrums, und durch weiteres Arbeiten mit dem Konkav-Gitter von 14 Fuss Radius wird es sich herausstellen, ob alle so feinen und schmalen Linien der Rippen des letztgenannten Spektrums auch im ersten Spektrum auftreten. Wir meinen mit Sicherheit annehmen zu können, dass das Spektrum sich mit dem grossen Beugungsgitter ohne Schwierigkeit photographieren lässt.

Durch Beobachtungen mit dem Auge liess sich feststellen, dass die rote Fluoreszenz gleichfalls gerippt ist, obwohl die Rippen nur bei sehr dichtem Dampf und sehr intensiver Beleuchtung sichtbar sind. Es ist noch nicht endgültig erwiesen, ob diese Rippen eigentlich zu dem Fluoreszenzspektrum gehören oder das Ergebnis von Absorption sind. Eine neue Röhrenform ist konstruiert worden, welche, wie wir annehmen, weit dichteren Dampf liefern und die Erledigung der Frage ermöglichen wird.

Die komplementäre Beschaffenheit der Photogramme des Fluoreszenz- und Absorptionsspektrums könnte zu der Vermutung führen, dass die absorbierte Wellenlänge ohne Veränderung wieder emittiert würde. Um festzustellen, ob

dies der Fall ist, mussten wir den Dampf mit monochromatischem Lichte beleuchten.

Der Fuesssche monochromatische Beleuchtungsapparat, mit dessen Hilfe man einen Bereich von beliebiger Breite aus einem sehr intensiven Sonnenspektrum ausschneiden und dieses Licht auf einen bestimmten Punkt im Raume konzentrieren kann, wurde so aufgestellt, dass er einen Kegel violetten Lichtes nach der Röhre hinabsandte, und dass die Strahlen gerade oberhalb der Mündung des Tiegels zusammentrafen. Keinerlei Fluoreszenz liess sich feststellen. Bei allmählicher Zunahme der Wellenlänge des Lichtes (was dadurch erzielt wurde, dass man die eingeteilte Schraube, mit der die Prismen des Instrumentes gedreht wurden, verschob) fand man, dass die Fluoreszenz auftrat, wenn die Wellenlänge 460 erreicht wurde. Beim Durchsehen durch das Ende der grossen Röhre nahm man eine sehr schöne Erscheinung wahr. Der Kegel tiefblauen monochromatischen Lichtes war infolge von umherschwimmenden Oxydspuren deutlich sichtbar, während an dem Punkte, wo die Strahlen in dem dichten Natriumdampf zusammentrafen, ein heller Fleck grünen Fluoreszenzlichtes erschien. Wenn die Wellenlänge weiter zunahm, so nahm dieser Fleck an Deutlichkeit zu, blieb jedoch grün; er passierte ein Maximum und verschwand hierauf allmählich; als das beleuchtende Licht gelb geworden war, war er völlig verschwunden. Der Dampf blieb dunkel, bis die Wellenlänge des Lichtes die der D-Linien übertraf; dann entwickelte sich allmählich rote Fluoreszenz, ging in derselben Weise durch ein Maximum und verblasste hierauf.

Die auf diese Weise erzeugte Fluoreszenz des Dampfes zeigte weit geringere Farbenpracht als beim früheren Versuche, da die gesamte strahlende Energie, die in den Dampf geworfen wurde, weit geringer war als bei Verwendung von direktem Sonnenlicht. Trotzdem war das nach dem Seitenrohr herabgebogene Licht intensiv genug, um ein Spektrum zu liefern, wenn das Steinheilsche Spektroskop nach der Röhre herabgerichtet war. Dieses Spektrum war jedoch sehr schwach und nur mit grosser Mühe konnten die bei Veränderung der Wellenlänge des beleuchtenden Strahles stattfindenden Veränderungen verfolgt werden. Wenn blaues Licht angewandt wurde, schien das gesamte grüne Fluoreszenzspektrum mit einer Maximalintensität nach dem Gelb zu anwesend zu sein. Bei Zunahme der Wellenlänge des Lichtes verschob sich der Maximalintensitätspunkt des Fluoreszenzspektrums nach dem Blau hin. Die hervorragende Bedeutung, welche die Erscheinung für die Theorie der Fluoreszenz besitzt, machte eine sorgfältigere Untersuchung der zwischen den Wellenlängen des absorbierten und des emittierten Lichtes bestehenden Beziehung in hohem Grade wünschenswert. Um dies auszuführen, wurde die Anordnung des Apparates in folgender Weise verändert: Der monochromatische Leuchtapparat wurde über einen rechten Winkel gedreht, so dass sein Emissionsspalt nicht vertikal, sondern horizontal zu stehen kam. Der dichte Natriumdampf oberhalb der Mündung des Tiegels wurde nunmehr mit einer dünnen horizontalen Schicht monochromatischen Lichtes beleuchtet und das Bild des horizontalen Spaltes des Leuchtapparates vermittels einer Linse in den Raum entworfen. Diese Anordnung begrenzt natürlich die Fluoreszenz auf eine dünne, horizontale Dampfschicht, welche bei Besichtigung durch die Seitenröhre als dünne Lage hellen grünen Lichtes erscheint. Wenn man die Dampfschicht von der Kante aus besichtigt, so erhält man ein weit intensiveres Licht, und da ihre Breite nicht bedeutend ist, können wir ein Spektroskop vollständig entbehren und brauchen nur durch ein Prisma oder Beugungsgitter zu beobachten.

Ein kleines Transmissionsgitter von 14480 Linien pro Zoll, welches ein fast ebenso helles Spektrum erster Ordnung liefert, wie ein 60er Flintprisma, wurde gegenüber der Seitenröhre angebracht und die Fluoreszenzlichtlinie durch dasselbe beobachtet, indem der Kopf, um alles äussere Licht abzuhalten, mit einem schwarzen Tuch bedeckt wurde. Wir fanden, dass man bei leichtem Neigen der grossen Röhre nach dem beleuchtenden Strahle eine genaue Projektion auf der Innenkante der Seitenröhre mit dem die Fluoreszenz hervorrufenden monochromatischen Lichte beleuchten konnte; mit anderen Worten, das nächstliegende Ende des horizontalen Spaltbildes wurde in diese Projektion gebracht. Die Fluoreszenzlichtlinie wurde auf diese Weise an einem Ende mit einem kleinen Lichtpunkt versehen, welcher dem die Fluoreszenz hervorrufenden Lichte ähnlich war. Das Spektrum dieser kleinen beleuchteten Stelle, welche natürlich ein enger Streifen war, fiel längs des Fluoreszenzspektrums und gestattete die sofortige Anstellung eines Vergleichs. Jede Abweichung vom Stokesschen Gesetz gab sich kund als Ausdehnung des Fluoreszenzspektrums auf der brechbareren Seite der kleinen Stelle beleuchtenden Lichtes.

Fig. 2.

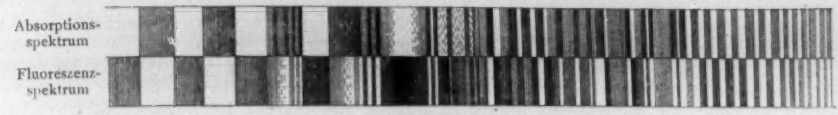


Fig. 3.

Sehr auffällige und bedeutungsvolle Ergebnisse wurden bei dieser Anordnung des Apparates erzielt. Wenn man zunächst violette Beleuchtung benutzte, so erschien durch das Beugungsgitter nur der kleine Vergleichslichtfleck, welcher mit zunehmender Wellenlänge sich verschob. Sobald die Wellenlänge 460 erreicht wurde, trat das Fluoreszenzspektrum auf. Sein Aussehen ist in Fig. 2 (a) angegeben.

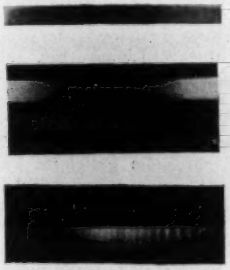


Fig. 4.

Ein Streifen blauen kontinuierlichen Fluoreszenzlichtes mit dem Vergleichsfleck zeigte, dass Licht von derselben Wellenlänge wie das absorbierte Licht durch den Dampf emittiert wurde. Eine dunkle Stelle trat an der weniger brechbaren Seite (in der gewöhnlichen Bedeutung des Ausdruckes) auf und dann kam ein breiter grüner Streifen mit einem Intensitätsmaximum an dem nach dem Gelb zu gelegenen Ende. Hierauf kam wieder eine Lücke, welche sich bedeutend über die *D*-Linien hin ausdehnte, worauf eine sehr schwache Spur der roten Fluoreszenzbande folgte. Bei allmählichem Anwachsen der Wellenlänge des Lichtes wurden folgende Veränderungen bemerkt: Der Vergleichslichtfleck, begleitet von seiner Fluoreszenzverlängerung, bewegte sich das Spektrum hinauf und trieb die dunkle Stelle vor sich her, während der Punkt maximaler Fluoreszenz in dem breiten grünen Streifen sich das Spektrum abwärts bewegte und mit dem fortschreitenden Flecke zusammentraf. Diese Veränderungen sind in den Fig. *b*, *c* und *d* dargestellt; der Punkt maximaler Fluoreszenz fällt seiner Lage nach mit dem Vergleichsfleck in *d* zusammen. Bei noch weiterer Zunahme der Wellenlänge wurde die Fluoreszenz sehr schwach und schien sich etwas weiter das Spektrum abwärts auszudehnen, als der von dem kleinen Lichtfleck eingenommenen Stellung entsprach. Dies bedeutet eine Abweichung vom Stokesschen Gesetze, wenn die Wellenlänge des beleuchtenden Lichtes (grün) einen Maximalwert besitzt, der immer noch Fluoreszenz liefert.

Es war unmöglich, festzustellen, ob eine gerippte Struktur in irgend einem Teile des fluoreszierenden Spektrums vorhanden war, da die Lichtquelle verhältnismässig breit und die Dispersion unbedeutend war. Es liegt kein Grund zur Annahme vor, dass dem nicht so gewesen sein sollte, jedoch scheint es auch nicht erwiesen zu sein, dass die Spektren identisch sind, wenn die Fluoreszenz durch weisses und durch monochromatisches blaues Licht hervorgerufen wird. Die Ausdehnung des Spektrums und die Verteilung der Intensität in demselben ist, wie der Versuch ergeben hat, in beiden Fällen verschieden und die Rippen z. B. im Grün, die bei Benutzung von weissem Licht auftreten, können fehlen, wenn die Fluoreszenz durch Licht von viel kürzerer Wellenlänge hervorgerufen wird. Um dies zu untersuchen, wird das Spektrum bei Beleuchtung der Röhre mit monochromatischem blauem Lichte photographiert werden müssen. Dies liesse sich bei dem augenblicklich benutzten Apparat wahrscheinlich nur mit einer Belichtungszeit von 6—8 Stunden ausführen. Günstigere Bedingungen werden von einer neuen Röhrenform, die augenblicklich konstruiert wird, erwartet, und es scheint wahrscheinlich, dass wir schliesslich ein gut Teil in unserer Kenntnis der Dynamik des Natriummoleküls weiter kommen werden. Die bereits erzielten Ergebnisse beweisen allem Anscheine nach, dass das von fluoreszierendem Dampfe ausgesandte Licht von grösserer Wellenlänge nicht das Ergebnis einer Dämpfung der Schwingung ist, wie dies in Lommels Theorie angenommen wird, sondern vielmehr eine Emission, die von dem Umstand herrührt, dass die Ionen von längerer freier Periode entweder durch die Wellen kürzerer Periode oder durch die in die Schwingung dieser Wellen geworfenen Ionen kurzer Perioden in Schwingung versetzt werden. Es ist nicht der Mühe wert, hierüber weiter zu spekulieren, bevor nicht das durch monochromatisches blaues Licht erzeugte Fluoreszenzspektrum photographiert worden ist.

Im allgemeinen besitzt die Fluoreszenz einer Substanz ihre Maximalintensität, wenn die

Wellenlänge die des am stärksten absorbierten Lichtes ist. Natriumdampf macht von dieser Regel eine Ausnahme, da die D-Linien-Absorption, welche weit intensiver als die gerippte Absorption ist, mit der Fluoreszenz nichts zu thun hat. Nach Lommels Fluoreszenztheorie erklärt sich die Abwesenheit einer seitlichen Licht-Emission durch ein absorbierendes Medium auf einem der im folgenden angegebenen Wege: Entweder ist die Absorption eine solche von Wellen anderer Periode (z. B. eine Oktave tiefer) als die freie Periode der Ionen, oder aber der Dämpfungsfaktor ist so gross, dass das emittierte Licht im ultraroten Bereich liegt. Bei Natriumdampf genügt keine von beiden Erklärungen dazu, um Aufschluss über das Nichtvorhandensein von Fluoreszenz zu liefern, wenn die Wellenlänge des erregenden Lichtes die der D-Linien ist; denn da das Kirchhoffsche Gesetz in diesem Falle befolgt wird, so haben die absorbierten und emittierten Wellenlängen gleiche Periode und ist die Absorption eine Resonanzerscheinung. Ausserdem muss der Dämpfungs-Koeffizient sehr klein sein, da wir Interferenz mit grosser Wegdifferenz bei Natriumlicht haben. Der nichtleuchtende Dampf, der bei diesen Versuchen angewandt wird, kann sich natürlich in anderem Zustande befinden, als der Dampf in einer Natriumflamme; doch selbst wenn dies der Fall ist, so scheint es nicht berechtigt zu sein, eine bedeutende Dämpfung anzunehmen, da eine solche eine Verschiebung der Absorptionslinien mit Bezug auf die Lage, die sie bei Absorption durch eine Natriumflamme einnehmen, bedeuten würde.

Es ist bemerkenswert, dass Linien von entsprechender Lage wie die gerippten Streifen im Emissionsspektrum von Natriumdampf fehlen, ausgenommen vielleicht in dem von Evershed untersuchten Falle einer Temperatur-Emission, welche anscheinend nicht bei grosser Dispersion untersucht worden ist.

Es scheint keine Möglichkeit der Erklärung für die Emission grünen Lichtes zu bestehen, wenn der Dampf mit blauem Lichte beleuchtet wird. Dieselbe kann nicht das Ergebnis der Dämpfung der Ionen sein, deren freie Periode die des blauen Lichtes ist, da sie aller Wahrscheinlichkeit nach ein zu dem gerippten Absorptionsspektrum reziprokes diskontinuierliches Spektrum darstellt.

Es dürfte von Interesse sein, festzustellen, ob die Absorption des Dampfes durch den Umstand, dass derselbe zu gleicher Zeit fluoreszierend ist, direkt berührt wird: dieses ist, wie Versuche von Burke an Uranglas ergaben, wirklich der Fall. Es ist auch von Wichtigkeit, zu bestimmen, in welcher Weise Absorption und Fluoreszenz durch Druck beeinflusst werden. Diese Punkte werden in kurzem untersucht werden.

Die Behauptung, dass, wenn die Wellenlänge des erregenden Lichtes die der D-Linien ist, keine Fluoreszenz hervorgebracht wird, bedarf der Richtigstellung. Genau genommen ist dies nämlich nicht zutreffend, da es fast sicher ist, dass die D-Linien-Absorption in keiner Weise ausschlaggebend ist. Es rührt dies von dem Umstande her, dass die von dem monochromatischen Beleuchtungsapparat ausgehenden Strahlen nicht genau monochromatisch sind, sondern vielmehr einen zwischen 10 und 20 Ångström-Einheiten in der Breite variierenden Streifen darstellen. Wie wir in dem von der Rippenabsorption des Dampfes handelnden Teile dieser Arbeit gezeigt haben, lassen sich die feinen Linien bis nach den Kanten des breiten Streifens verfolgen, der durch die Verbreiterung der D-Linien bei sehr dichtem Dampfe hervorgerufen wird. Unzweifelhaft bringt die Absorption dieser Linien die sehr schwache rötliche Fluoreszenz hervor, die man dann beobachtet, wenn das von der monochromatischen Lichtquelle gelieferte Licht mit Bezug auf die D-Linien symmetrisch ist. Genau monochromatisches Licht von den Wellenlängen D_1 und D_2 würde unserer Meinung nach, ganz abgesehen von seiner Intensität, sicherlich keine Fluoreszenz hervorrufen, wenn nicht die Rippen wirklich diese Gegend durchkreuzten, was aller Wahrscheinlichkeit nach der Fall ist. Das einzige, keine Fluoreszenz hervorrufende Licht ist grünes Licht in der Nähe von $\lambda = 553$ und violettes unterhalb von 460, das, wie wir gezeigt haben, von dem Dampfe, wenn dieser sehr dicht ist, ausschliesslich durchgelassen wird.

Baltimore, John Hopkins Universität.

(Aus dem Englischen übersetzt von A. Gradenwitz.)

(Eingegangen 19. September 1903.)

Über mechanisch hervorgerufene Rotationspolarisation.[1])

Von A. W. Ewell.

In früher veröffentlichten Arbeiten[2]) hat Verfasser dargethan, dass, wenn linear polarisiertes Licht durch Gelatine hindurchgeht, die in einem Gummischlauch einer Torsion ausgesetzt ist, die Polarisationsebene in einer zur Torsion entgegengesetzten Richtung eine Rotation erfährt. Derartige Resultate waren

1) Selbstreferat einer Arbeit aus dem American Journal of Science, Mai 1903.

2) Americian Journal of Science, August 1899; diese Zeitschrift I, 201, 1900; John Hopkins University Circulars, Juni 1900.

von F. E. Neumann und Drion[1]) vergeblich angestrebt worden. Gewisse nebensächliche Kennzeichen der Erscheinung werden in obiger Arbeit gleichfalls beschrieben. Die verschiedenartigen Ergebnisse wiesen darauf hin, das vielerlei Bedingungen auch ausser der Torsion auf die Grösse der Rotationspolarisation einen Einfluss haben, und die im vorliegenden Referat kurz besprochene Arbeit stellt einen Versuch dar, diese Verhältnisse und ihre Gesetze sowie die Beziehungen zwischen Torsion und Rotationspolarisation zu bestimmen, wenn diese Verhältnisse konstant sind.

Gelatine war das einzige Material, dass sich brauchbar zeigte. Die passendste Zusammensetzung bei den meisten Versuchen war:

19 beste Kalbsfussgelatine auf 5 ccm Wasser und 5 ccm Glycerin.

Ich benutzte eine einfache Polarimeterform mit mechanischen Vorrichtungen zur Erzeugung und Messung von Torsionen und Längskompressionen und Ausdehnungen. Der Polarisator und der Teilkreis des Analysators konnten gedreht werden, so dass man die Rotation in verschiedenen Richtungen leichter messen konnte. In jedem Falle wurden Ablesungen in 8 unsymmetrisch verteilten Ebenen vorgenommen, um Drehungen der Polarisationsebene zu eliminieren, die von der durch die Spannung erzeugten Doppelbrechung hervorgerufen waren.

Die wichtigsten Ergebnisse waren folgende:

Einige typische Beobachtungen sollen wiedergegeben werden; in jedem Falle wurde die natürliche Rotation der Gelatine von der beobachteten Rotation abgezogen, und die Rotationen, die aufgeführt sind, sind die von der Torsion herrührenden Differenzen.

1. Eine seitliche Hülle ist nicht erforderlich, jedoch ist die Rotationspolarisation bei Anwendung einer elastischen Hülle ganz bedeutend erhöht; ein Gelatinecylinder von 8 cm Länge und 2 cm Durchmesser ergab:

	Keine Hülle		Darüber gestreifter Gummischlauch	
Torsion	-170^0	190^0	90^0	-90^0
Drehung	10	−10	−6	9

Wahrscheinlich infolge der die Gelatine vor unregelmässigen Zugkräften schützenden Seitenhülle sind die Ablesungen für Gelatine in Gummischläuchen viel konstanter und waren sie bei der Untersuchung der die Rotation beeinflussenden Verhältnisse oft die einzig möglichen Beobachtungen. Es wurde eine geeignete Länge besonders reinen Gummischlauches gewählt und eine etwa 3 cm lange Messingröhre, deren äusserer Durchmesser ein wenig länger als der innere Durchmesser des Gummischlauches war, ungefähr 1 cm in beide Enden des Gummischlauches hineingesteckt und eine kreisförmige Glasscheibe, die ein wenig breiter war als die Messingröhre, oben auf die Röhre aufgesetzt. Die Röhre wurde hierauf mit der geschmolzenen Gelatine durch einen seitlich angebrachten Spalt vollständig angefüllt. Der Gummischlauch wurde auf die Messingröhre mit Draht festgebunden.

2. Längskompressionen erhöht die Rotation, während Längsausdehnung dieselbe vermindert.

3,7 cm Gelatine in einem weichen Gummischlauch wurden einer Rotation von -90^0 ausgesetzt; die Längenabnahme ist als positiv angenommen.

Längenveränderung (mm)	0	1,4	2,5	−1,6	−3,5	−5,4
Rotation	14	35	74	6	5	1

Diese und ähnliche Beobachtungen stimmen, wie der Versuch erwies, sehr genau mit einer empirischen Beziehung von der Form $y = c_1 c_2 x$ überein, wobei y die Rotation, x die Längenveränderung und c_1 und c_2 Konstanten sind; c_2 ist für verschiedene Versuchsobjekte sehr annähernd identisch.

3. Ein hydrostatischer Druck wirkte auf in Gummiröhren tordierte Gelatine ein und zwar mit einem Betrage von bis 160 (engl.) Pfund pro Quadratcentimeter, ohne dass die Rotation eine nennenswerte Veränderung erfahren hätte.

4. Relaxationswirkungen sind sehr augenfällig, können jedoch eliminiert werden, indem man den augenblicklichen Torsionsnullpunkt vor und nach jeder Torsion abliest.

5. Die Vorgeschichte der Gelatine hat einen eigenartigen Einfluss: fortgesetzte vorherige Torsion erhöhte die Rotation bei unmittelbar darauf folgender geringerer Torsion in beiden Richtungen, hat jedoch auf eine grössere Torsion nur geringen Einfluss. Eine schnelle Aufeinanderfolge von Torsionen in entgegengesetzten Richtungen und von kurzer Dauer hat nur geringe Wirkung.

6. Die Rotation bei gegebener Torsion nimmt mit bedeutender Temperaturerhöhung ab.

Wenn man dann den Längenzug konstant erhält, wenn die Relaxationswirkungen eliminiert sind, kleine Torsionen grösseren vorangehen und die Temperatur annähernd konstant erhalten bleibt, so kann man erwarten, dass die Rotationspolarisation einer gegebenen Gelatineröhre innerhalb einer permanenten seitlichen Gummihülle für eine gegebene Torsion konstant und wohl definiert ist. Dies ist denn auch wirklich der Fall. Z. B.:

3 cm Länge Gelatine in einem Gummischlauch.

Am 21. Juli vorm.

Torsion	−90	90	−110	110	−120	120	−130	130
Rotation	1	−4	2	−13	2	−18	2	−26
Summe .	5		15		20		28	

Am 21. Juli nachm. Nachdem die Röhre aus dem Instrument herausgenommen worden,

[1]) Verdet, Optique **2**, 389.

umgedreht und wieder eingesetzt worden war:

Torsion	60	—60	90	—90	110	—110	120	—120	130	— 130
Rotation	—1	1	6	0	—13	0	—21	1	—26	1
Summe		2		6		13		22		27

Am 22. Juli vorm. Nachdem die Röhre wiederum herausgenommen, umgedreht und wieder eingesetzt worden war:

Torsion	—60	60	- 90	90	—110	110	—120	120	—130	130
Rotation	6	0	2	—4	2	—11	3	—17	4	— 22
Summe		6		6		13		20		26

Die Unsymmetrie in beiden Richtungen liegt zum grossen Teile an Symmetriemängeln des Gummischlauches. Die Summe als Mittel der Rotationen zeigt sich sehr angenähert der 4. Potenz der Torsion proportional.

Um sicher zu gehen, dass die Erscheinung nicht durch Reflexionen an den verhältnismässig dunklen Wänden der Gummiröhre beeinflusst war, wurden Beobachtungen mit vollständig planparallelem Lichte vorgenommen, die ganz ähnliche Ergebnisse zeigten.

Folgende unvollkommene Theorie könnte man zur Erklärung der allgemeinen Erscheinung aufstellen. Die durch zwei entgegengesetzt kreisförmig polarisierte Strahlen, die zur Achse eines tordierten Cylinders parallel sind, nacheinander gestörten Punkte liegen auf zwei entgegengesetzten Spiralen. Da die Druck- und Zugkräfte zunehmen, wenn man von der Achse eines tordierten Cylinders ausgeht, so dürften die Verhältnisse auf der von der Achse am weitesten entfernten Seite der Spirale einen bestimmenden Einfluss haben. Die Torsion ruft dann eine Elongation längs der Aussenseite der Spirale hervor, welche dieselbe Torsionsrichtung hat wie der Cylinder, und die dem kreisförmig polarisierten Strahle entgegengesetzten Zeichens angehört, und Kompression längs der Aussenseite der anderen Spirale.

Da im allgemeinen Abnahme der Geschwindigkeit des Lichtes Hand in Hand geht mit Zunahme der Dichte oder Längskompression, so sollte man erwarten, dass der in der zu der Torsion des Cylinders entgegengesetzten Richtung kreisförmig polarisierte Strahl schneller fortgepflanzt werden oder dass die Polarisationsebene in einer der Torsion entgegengesetzten Richtung gedreht werden sollte. Die Lagen der Zugachsen sind derartig, dass Längskompression die Kompression längs einer Spirale stärker erhöht als sie die Längsausdehnung in der Richtung der anderen vermindert, und aus diesem Grunde dürfte sie die Rotation erhöhen.

Worcester, Mass., U. S. A., Polytechnisches Institut. Juli 1903.

(Aus dem Englischen übersetzt von A. Gradenwitz.)

(Eingegangen 8. August 1903.)

Über eine Methode willkürlicher Umladung Vossscher Influenzmaschinen.

Von J. R. Januszkiewicz.

Obgleich es einem jeden, der mit der Vossschen Influenzmaschine arbeitet, erwünscht sein müsste, völlig Herr zu sein über die jeweilige Lage der Polzeichen (d. h. die Möglichkeit zu haben, in jedem Augenblick den positiven Pol negativ zu machen und umgekehrt), habe ich in der mir zugänglichen Literatur — und zudem nur in der speziell medizinischen — eine einzige, von Bordier herrührende Angabe eines dazu bestimmten Verfahrens gefunden. Dasselbe besteht in folgendem: man legt die beiden Pole an Erde, lässt die Maschine 4 bis 5 Drehungen in der entgegengesetzten Richtung machen und, nachdem die Erdverbindung der Pole aufgehoben, lässt man die Maschine in der gewöhnlichen Richtung weiter gehen, wobei die Polzeichen sich umgekehrt erweisen.

Angesichts der Umständlichkeit dieser Methode, könnte ein anderes, neulich von mir gefundenes Verfahren willkommen sein, welchem der Vorzug der Einfachheit gebührt.

Verbindet man (elektrisch) einen beliebigen Pol der sich in Thätigkeit befindenden Maschine mit der dem anderen entsprechenden Belegplatte der unbeweglichen Glasscheibe, so hören sämtliche Lichterscheinungen sowie das Knastern momentan auf, um nach Aufhebung der genannten Verbindung sich sofort mit umgekehrten Polzeichen wieder einzustellen.

Bei bedeutenden Drehungsgeschwindigkeiten (ca. 1000—1500 pro Min.) braucht diese Verbindung nur momentan zu sein, bei geringeren Geschwindigkeiten dagegen (ca. 200 pro Min.) wird das erwünschte Resultat erst nach einer 10—15 Sek. dauernden Verbindung erzielt. Auch müssen im letzteren Falle die Verbindungskontakte durchaus vollkommen und zuverlässig sein (die Kontaktoberflächen dürfen also nicht lackiert sein).

Die Möglichkeit, jede Vosssche Influenzmaschine mit einer sehr einfachen Vorrichtung zu versehen, die, auf dem beschriebenen Prinzip beruhend, die willkürliche Umladung ermöglicht, liegt auf der Hand, und die mannigfaltigen denkbaren Ausführungsarten derselben bedürfen keiner Beschreibung. Der von mir konstruierte Apparat[1]) hat sich in meiner Erfahrung vollkommen bewährt und steht an Sicherheit der Wirkung dem Wender des galvanischen Stromes kaum nach.

1) Eine horizontale, den Glasscheiben parallele, isolierte Metallachse ist mit zwei orthogonalen, einander parallelen, horizontalen Ästen versehen, deren einer mit einem der Pole, der andere mit der dem anderen Pole entsprechenden Belegplatte vermittels einer Viertelkreisdrehung der Achse gleichzeitig in Berührung gebracht werden kann.

Leider ist es mir nicht möglich eine vollständige Erklärung der beschriebenen Erscheinung zu geben.

(Eingegangen 22. August 1903.)

Über das elektrostationäre Feld in Leitern und Elektrolyten. II. [1])

Von Wladimir v. Nicolajew.

Wenn der Potentialabfall längs eines Stromkreises eine primäre Erscheinung ist, dann ist das Vorhandensein elektrischer Kräfte und infolgedessen eines elektrischen Feldes sowie von elektrostatischen Induktionsröhren, d. h. Faradayschen Röhren, eine notwendige Folge der Verteilung der Potentiale.

Die Gesamtheit der Faradayschen Röhren in Metallen und Elektrolyten bleibt nur sehr kurze Zeit bestehen; so erreicht z. B. bei destilliertem Wasser die Spannung der Röhren den $1/e$ Teil ihres Anfangswertes in einem Zeitraum von der Grössenordnung 10^{-6}. Infolgedessen besteht in Leitern ein ununterbrochener Vorgang der Zerstörung von Röhren und der Bildung neuer Röhren, die an ihre Stelle treten. Das Ergebnis dieses Vorganges ist ein elektrostationäres Feld, und zwar ist in jedem Punkte desselben die Spannung der Röhre konstant. Dieser Vorgang stellt den elektrischen Strom dar. Die in den Röhren aufgespeicherte Energie wird während der Zerstörung als Joulesche Wärme frei; während dieses Vorganges fallen die Richtungen der Faradayschen Röhren mit denen der Stromlinien zusammen. Der Zweck meiner Versuche besteht im Nachweise von mechanischen Kräften, welche in den Elektrolyten auf die Elektroden selbst und auf die eingetauchten leitenden und dielektrischen Körper einwirken.

Über die Drucke an der Kontaktfläche von in Elektrolyten eingetauchten Isolatoren.

Bevor ich die Versuche beschreibe, muss ich einige Worte über das Eindringen von Faradayschen Röhren in Isolatoren, welche mit den Elektrolyten in Berührung stehen, vorausschicken. Es sei K, L, M, N (Fig. 1) ein Glasgefäss, das mit Elektrolyt gefüllt ist, A und B zwei Elektroden, D_1 ein eingetauchtes Dielektrikum; ferner mögen a, b, c, d, e und a, b, f, d, e zwei Stromlinien vorstellen, welche mit Faradayschen Röhren zusammenfallen, die, um das Dielektrikum herum, auf den Wegen b, c, d und b, f, d fliessen; endlich sei A, m, n, p, o, B eine der Stromlinien, die neben den Gefässwänden

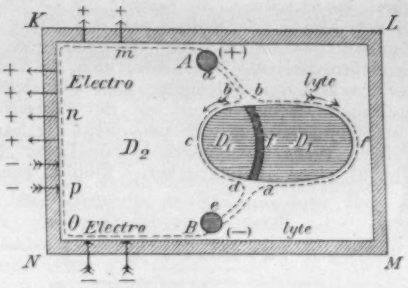


Fig. 1.

gehen. Die freie Oberfläche der Flüssigkeit und die Berührungsfläche mit den Gefässwänden ist mit elektrostatischen Ladungen bedeckt, wie jede äussere Oberfläche eines geschlossenen Stromkreises; die von den geladenen Elementen ausgehenden Röhren sind nach aussen senkrecht zur Oberfläche gerichtet, während die inneren Röhren A, m, n, p, o, B im Elektrolyten zur Oberfläche parallel und zu den äusseren Röhren senkrecht sind; infolgedessen reagieren die inneren und äusseren Röhren nicht aufeinander.

Was die Oberfläche des Dielektrikums D_1, die in den Elektrolyten taucht, anbelangt, so trägt diese keine elektrostatischen Ladungen; wenn wir jedoch zwei Punkte, wie b und d, betrachten, so sehen wir, dass zwischen ihnen eine Potentialdifferenz besteht, und infolgedessen eine Faradaysche Röhre f vorhanden sein muss, welche das Dielektrikum zwischen b und d durchdringt. Diese Röhre endigt in zwei Punkten des Elektrolyten und trägt an der Berührungsstelle zwei entgegengesetzte elektrische Ladungen. Wenn man in dieser Weise Überlegungen anstellt, so sieht man, dass alle Elemente der Oberfläche (bc) Ladungen gleichen Namens und die Elemente der Oberfläche (cd) entgegengesetzte Ladungen tragen. Diese Ladungen sind über die leitende Fläche des Elektrolyten verteilt und da ihre Potentiale verschieden sind, so erzeugen sie einen elektrischen Strom, der durch den Elektrolyten geht, und dessen Richtung entgegengesetzt ist zu der des Stromes b, c, d.

Wie man sieht, wird ein Isolator, der in einen Elektrolyten eintaucht, oder in ein Metall, das von einem elektrischen Strom geschlossen wird, durch die Faradayschen Röhren nicht durchdrungen und bleibt ein vollkommenes Dielektrikum: die Faradayschen Röhren fallen mit den Stromlinien zusammen. Dasselbe Ergebnis, d. h. das Nichtvorhandensein von Röhren würde man finden, wenn die Dielektrizitätskonstante des Leiters D_2 unendlich gewesen

[1]) I: diese Zeitschr. **4**, 546, 1903.

wäre. Es ist schwer, die Zeichen der Ladungen an den Enden von Röhren wie b, d näher anzugeben; gewöhnlich bilden die Ladungen, die ein elektrostatisches Feld hervorrufen, die Enden der Faradayschen Röhren; aber bei elektrostatischen Ladungen, die an der Oberfläche von Stromleitern verteilt sind, liegt die Sache anders. Wenn wir nämlich in dem Leiter A, B (Fig. 2) einen dielektrischen Cylinder haben,

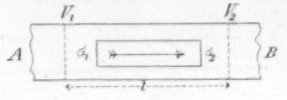


Fig. 2.

dessen äusserste Querschnitte σ_1 und σ_2 sind, so ergeben die Oberflächenladungen mit den Potentialen V_1 und V_2 eine elektromotorische Kraft im Innern des Cylinders; diese Kraft ruft eine Polarisation desselben hervor und man begreift leicht, dass die Röhren (σ_1, σ_2) an den Oberflächenladungen nicht endigen. Es scheint, dass die positive Ladung am Querschnitt σ_2 liegen muss; dann muss jedoch die Richtung der Röhre zu der der Kraft entgegengesetzt werden.

Anmerkung. Wenn die Polarisation der innerhalb von Stromleitern angebrachten Dielektrika nicht bestehen bleibt, so besteht keine von den Oberflächenladungen herrührende Kraft im Innern des Leiters und ist die Verteilung dieser Ladungen sowie ihrer Potentiale eine sekundäre Erscheinung, welche eine Folge des Stromes und durchaus nicht dessen Ursache ist. Im übrigen wird sich diese Frage durch einen Versuch lösen lassen, dessen Beschreibung am Schlusse der Abhandlung gegeben ist.

Die um den Elektrolyten herum fliessenden Röhren rufen Druck- oder Auftriebskräfte auf die Oberflächenelemente in der Richtung der inneren Normalen hervor. Das Vorhandensein dieser Drucke ergiebt sich leicht aus dem transversalen Druck der Faradayschen Röhren.

Es sei z. B. AB (Fig. 3) die Trennungsfläche

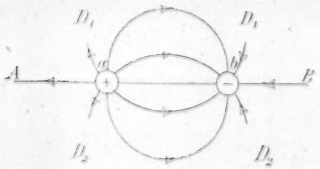


Fig. 3.

der beiden Medien mit den Konstanten D_1 und D_2 und a, b seien positiv und negativ geladene Kugeln; die mit Pfeilen bezeichneten Linien stellen die Faradayschen Röhren dar. Wenn D_2 grösser ist als D_1, so sind die Transversaldrucke der Röhren unterhalb von AB grösser als die oberhalb vorhandenen; der Unterschied der Spannungen ist

$$= \frac{F^2}{8\pi}(D_2 - D_1).$$

Wie man sieht, wird der Druck der unteren Röhren nicht durch den der oberen Röhren ausgeglichen und müssen wir annehmen, dass die Substanz des oberen Mediums selbst auf die unteren Röhren drückt und auf diese Weise das Gleichgewicht herstellt.

Hingegen reagiert das elastische System der unteren Röhren auf das obere Medium, indem es den Druck desselben auf das untere Medium verringert. Besagte Reaktionen zwischen den Röhren und der Substanz erklären die schönen Versuche von Prof. Quincke. Wenn die Elektroden a, b beweglich sind, so entfernt sie das Röhrensystem aus dem Medium D_1. Wenn das Medium D_2 (Fig. 3) ein Elektrolyt ist, so dringt keine von den Elektroden ausgehende Röhre in das Medium D_1, und da die von den elektromotorischen Ladungen der Oberfläche AB ausgehenden Röhren auf den danebenliegenden elektrolytischen Röhren senkrecht stehen, so wird der Druck des Röhrensystems ausschliesslich durch die Reaktion des Mediums D_1 ausgeglichen.

Die Druckkräfte auf das Medium D_1 können durch die Theorie der Fernkräfte nicht erklärt werden. Keine Kraftlinie durchdringt nämlich die Trennungsfläche der beiden Medien, und infolgedessen gibt es keine fiktiven Ladungen und kann man den Druck nicht durch die Reaktionen zwischen solchen Ladungen und den Ladungen von A und B erklären. Der Körper D_1 (Fig. 1) erfährt einen Auftrieb nach b, c, d und nach b, f, d hin; aber da die Stromlinien und infolgedessen die Faradayschen Röhren bei c stärker sind, so strebt die Resultante der Stosskräfte danach, den Körper aus der Linie der Elektroden zu entfernen, wo das Feld am stärksten ist; hingegen werden die Elektroden, wenn sie beweglich sind, von den Faradayschen Röhren in entgegengesetztem Sinne von rechts nach links fortgezogen.

Die Gefässwände erfahren selbst von seiten der Röhren A, m, n, p, o (Fig. 1) Stosskräfte, welche den transversalen Drucken dieser Röhren gleich sind, weil die äusseren Röhren auf sie nicht einwirken; wenn die Linie A, B der Elektroden nicht in Bezug auf die Wände symmetrisch wäre, so würden die auf das Gefäss selbst wirkenden Stosskräfte eine Resultante ergeben. Wenn selbst der eingetauchte Isolator (Fig. 1) eine Dielektrizitätskonstante D_1 hätte, welche grösser wäre, als die des umgebenden Leiters (D_2), so würde er sich doch ebenso verhalten, d. h. von dem Feld abgestossen werden.

Die auf in Elektrolyte eingetauchte Leiter wirkenden Kräfte.

Es sei a, c, d, b (Fig. 4) die den Elektrolyten und mit ihrem Mittelteile cd den leitenden Körper durchfliessende Stromröhre. Wir wollen mit σ_1 und σ_2 die Oberflächen der Elemente c und d, mit ϱ_1 und mit ϱ_2 die Dichten des Stromes am Element σ_1 auf beiden Seiten des Elementes bezeichnen; ferner seien α_1 und α_2 die Winkel zwischen den Stromrichtungen auf beiden Seiten von σ_1 und den Normalen auf

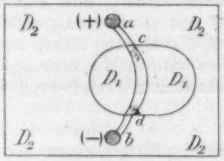


Fig. 4.

dem Element σ_1, D_1 und D_2 die elektrischen Permeabilitäten auf beiden Seiten von σ_1; ferner F_1 und F_2 die elektrischen Kräfte, die auf beiden Seiten von σ_1 normal wirken, d. h. im Leiter und im Elektrolyten liegen; schliesslich mögen λ_1 und λ_2 die spezifischen Leitfähigkeiten auf beiden Seiten von σ_1 bedeuten; wir erhalten dann

$$F_1 = \varrho_1 \cdot \cos(\alpha_1) / \lambda_1$$
$$\text{und } F_2 = \varrho_2 \cdot \cos(\alpha_2) / \lambda_2.$$

Die normalen Spannungen T_1 und T_2 der Faradayschen Röhren auf beiden Seiten von σ_1 werden ausgedrückt durch die Formeln

$$T_1 = D_1 [\varrho_1 \cdot \cos(\alpha_1)]^2 / 8\pi \lambda_1^2,$$
$$T_2 = D_2 [\varrho_2 \cdot \cos(\alpha_2)]^2 / 8\pi \lambda_2^2 =$$
$$D_2 [\varrho_1 \cdot \cos(\alpha_1)]^2 / 8\pi \lambda_2^2.$$

Wenn T_2 grösser ist als T_1, so wirkt eine Kraft $(T_2 - T_1)\,\sigma_1$ senkrecht auf das Element σ_1 des Leiters D_1 und ausserhalb von D_1. Die Resultante aller elementaren Spannungen wird danach streben, den Körper in den intensivsten Teil des Feldes zu bringen. Im anderen Falle wird die Spannung innerhalb von D_1 nicht durch die innerhalb von D_2 vorhandene aufgehoben und wird die Kraft $(T_1 - T_2)\,\sigma_1$, die auf das Element σ_1 des Elektrolyt D_2 innerhalb von D_1 wirkt, eine Stosswirkung von seiten des Mediums D_2 auf das Element σ_1 des Körpers D_1 hervorrufen; die Resultante dieser Drucke strebt danach, den Leiter D_1 in die schwächsten Teile des Feldes zu bringen. Letzterer Fall tritt, wenn ein Leiter aus dem Felde herausgetrieben wird, in einem gewöhnlichen Felde, wo die Leitfähigkeit nicht in Betracht kommt, nicht auf, während hier der Einfluss der Leitfähigkeit den der elektrischen Permeabilität D überwiegen kann, umsomehr, als die Spannungen der Röhren umgekehrt proportional zu den Quadraten der Leitfähigkeiten und direkt proportional zu den ersten Potenzen der elektrischen Permeabilitäten sind.

Zusammenfassung.

1. Um den auf eingetauchte Dielektrika ausgeübten Auftrieb zu berechnen, kann man letztere als völlig frei von elektrischer Permeabilität betrachten; da der elektrostatische Induktionsfluss in der Richtung des Stromes geht, so gehen die ponderomotorischen Kräfte, die auf die Elektroden einwirken, in der Richtung der Stromlinien.

2. Die Bewegungen von in Elektrolyte eingetauchten Isolatoren und Leitern haben stets die Wirkung, dass der Widerstand verringert und die Stromstärke vergrössert wird. Die Richtungseinstellung von eingetauchten Körpern erfolgt auch derart, dass der Strom den geringsten Widerstand erfährt, und um sich die Einstellung der Isolatoren zu vergegenwärtigen, darf man nicht vergessen, dass dieselben völlig frei von elektrischer Permeabilität sind.

Die Wahl eines Elektrolyten. Alle Versuche wurden mit recht reinem destillierten Wasser angestellt; da dieses grossen Widerstand besitzt, so konzentriert es die Potentialdifferenz gut und erhöht infolgedessen die elektrischen Kräfte, die darin wirken; da es ferner grosse Permeabilität besitzt (79—81), so trägt es zur Entwicklung der bedeutenden Längsspannungen und seitlichen Drucke der Faradayschen Röhren bei und erhöht infolgedessen die ponderomotorischen Wirkungen.

Versuch 1. Die beiden Elektroden aus Zinnfolie A, B und C, D (Fig. 5) tauchen senkrecht in destilliertes Wasser neben der Wand MN; um ihre relative Bewegung zu zerstören, werden sie durch leichte Verbindungsstücke aus Glimmer zusammengehalten. Die

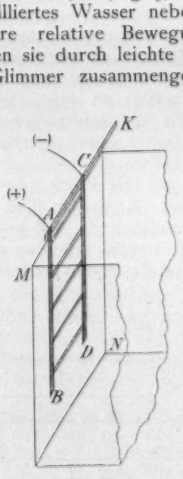


Fig. 5.

Faradayschen Röhren drücken auf die Wände M, N (Fig. 6) und M_1, N_1, aber die Resultante der Drucke auf erstere ist stärker, als die auf die andere wirkende, und infolgedessen ist die Reaktion auf die Elektroden bei M, N grösser und entfernt sich die Zinnfolie hiervon.

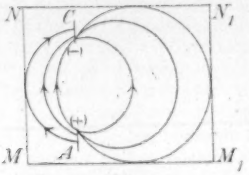


Fig. 6.

Versuch 2. Wenn bei eben beschriebenem Versuch die Elektroden fest und das Gefäss selbst beweglich gewesen wäre, so würde sich letzteres in entgegengesetztem Sinne bewegen. Um diesen Versuch auszuführen, füllt man ein rundes Glas K (Fig. 7), das auf dem Wasser

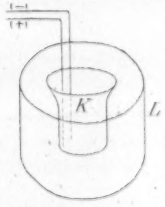


Fig. 7.

eines anderen Gefässes L schwimmt, mit Wasser an; die festen Elektroden tauchen in das Wasser des ersten Glases, und wenn die Batterie oder der Transformator geschlossen wird, so sieht man, wie das Glas K einige Bewegungen hin und her macht und schliesslich eine in Bezug auf die Elektroden symmetrische Stellung einnimmt.

Versuch 3. Die Richtungseinstellung von länglichen Körpern. Die inneren Seiten der beiden Parallelwände A, B und C, D (Fig. 8) eines Gefässes werden mit den als Elektroden dienenden Zinnfoliestreifen bedeckt; das Gefäss

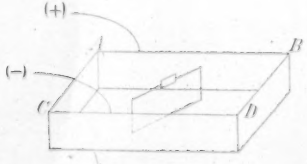


Fig. 8.

wird mit Wasser gefüllt, und wenn der Strom hindurchgeht, so kann man das elektrostatische Feld als gleichförmig und zu den Seiten A, C und B, D parallel liegend ansehen; wenn man in das Wasser eine vermittels eines Korkens zum Schwimmen gebrachte Glimmerplatte einbringt, so sieht man, dass dieselbe sich axial einstellt.

Wir haben bei einem früher mitgeteilten Versuch[1]) gesehen, dass eine Glimmerplatte aus dem elektrostatischen Felde herausgetrieben wird, d. h. dass sie sich wie ein Diamagnetikum im Magnetfelde verhält; nun sehen wir, dass sie sich axial wie ein ferromagnetischer Körper einstellt. Die Erklärung dieses anscheinenden Widerspruches wird in Nummer 20 (**4**, 549, 1903) dieser Zeitschrift von Herrn Prof. Emil Cohn gegeben.

Versuch 4. In obigem Gefäss (Fig. 9) schwimmt eine auf der einen Seite mit Zinn-

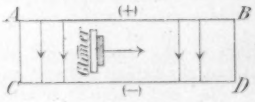
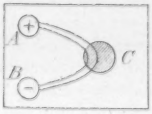


Fig. 9.

folie bedeckte Glimmerplatte; nach erfolgtem Stromschluss stellt sich die Platte axial ein und führt eine translatorische Bewegung aus, indem die metallische Seite fortwährend nach vorn und der Glimmer nach hinten gekehrt bleibt (Fig. 9).

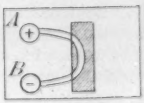
Die Ursache der Bewegung liegt vor allem in dem Auftrieb von seiten der Röhren, die nach dem Glimmer zu liegen und zum kleinen Teile an den Spannungen auf der metallischen Seite, die senkrecht auf die Oberfläche wirken.

Versuch 5. In ein mit Wasser angefülltes Gefäss (Fig. 10) tauchen zwei senkrechte Elek-



Horizontalschnitt

Fig. 10.



Seitenansicht

Fig. 11.

troden A und B. Wenn man in das Wasser einen dicken Wattedocht C eintaucht, der mit Kupfersulfat angefeuchtet ist, so sieht man, dass derselbe sich nach den Elektroden hin bewegt. Die Leitfähigkeit des Sulfates ist gegenüber der des Wassers sehr erheblich. Die Spannungen der Faradayschen Röhren sind im Wasser grösser und infolgedessen werden die pondero-

1) Diese Zeitschr. **4**, 549, 1903

motorischen Kräfte auf die Sulfatmoleküle nach aussen wirken und danach streben, sie in die stärksten Teile des Feldes zu bringen. Bei diesem Versuch kann man die Elektroden horizontal anbringen (Fig. 11). Wenn man an Stelle von Sulfat oder einem schwimmenden Leiter ein Dielektrikum eintaucht, so wird dieses aus dem Feld herausgetrieben.

Versuch 6. Um bei Nichtvorhandensein einer Einwirkung der Oberflächenladungen auf die Dielektrika, die innerhalb von Metallen und Elektrolyten angebracht sind, sicher zu gehen, schlagen wir folgenden Versuch vor: Gegeben sei ein Paraffincylinder, in dessen Innern in axialem Querschnitt sich eine Metallplatte befindet. Wenn man diesen Cylinder in destilliertes Wasser taucht, das von den parallelen Röhren eines gleichmässigen Feldes durchzogen wird (Fig. 8), so können zwei Fälle eintreten: entweder stellt sich die im Paraffin verborgene Metallplatte in der Richtung der Kraftröhren ein, oder sie bleibt unbeeinflusst. Wenn man letzteren Fall beobachtet, so ist dies ein Beweis für den Umstand, dass keine Verteilung der Oberflächenladungen durch die leitende Masse hindurch wirkt, dass vielmehr diese stets die Rolle eines elektrischen Schirmes spielt.

(Aus dem Französischen übersetzt von A. Gradenwitz.)

(Eingegangen 19. August 1903.)

Über die Entstehung des Induktionsstromes.

Von J. J. Taudin Chabot.

Der Grundgedanke des Rowlandschen Versuchs über die Entwickelung eines ruhenden magnetischen durch die Fortbewegung eines elektrischen Feldes spricht ebenso aus dem Nachweis, dass ein ruhendes elektrisches Feld im Bereiche eines fortbewegten magnetischen vorkommt, oder aber, dass, wenn beide Felder primär vorhanden, die Fortbewegung des einen mit einer solchen des anderen verbunden ist. Das Schwinden wohl aller Bedenken gegen die Beweiskraft von Rowlands[1]) und seiner Nachfolger[2]) Arbeiten mit dem Wegfall schliesslich noch von Crémieus[3]) Einwänden, lenkt um so mehr die Aufmerksamkeit auf diese weiteren zwei Erscheinungsformen des dreieinheitlichen Problems.

1) Rowland, Pogg. Ann. **158**, 487, 1876.
2) Himstedt, Wied. Ann. **38**, 560, 1889; Rowland u. Hutchinson, Phil. Mag. (5) **27**, 445, 1889; hingegen Lecher, Rep. d. Phys. **20**, 151, 1884. Ferner u. a. Thomson, Phil. Mag. [5] **11**, 229, 1881; Fitzgerald, Phil. Mag. [5] **13**, 302, 1882; Liénard, Lum. El. **16**, 5, 1898. Auch die zahlreichen Veröffentlichungen über die Ablenkung der Kathodenstrahlen im Magnetfelde sind hier nicht zu übersehen.
3) Crémieu u. Pender, C. R. **136**, 955, 1903.

Die Beobachtung Lodges[1]), der Ablenkung einer elektrischen Ladung bei Bewegung eines Magnets, bezw. eines Magnetfeldes, dürfte sodann auch hier — trotz Crémieu[2]) — die mit der Bewegung geschaffene Existenz eines ruhenden elektrischen Feldes beweisen. Betrachten wir jetzt den Fall, indem das ruhende Feld als Ladung eines Massensystems sich manifestiert (wenn gleich Lodge selbst zu einem Resultat im freien Dielektrikum zu gelangen suchte und offenbar gelangt ist).

Allsogleich wie die Ladung des Systems beim Eintreten der Bewegung vorhanden ist, kann man sie ableiten, d. h. mit der entgegengesetzten ausgleichen, und dennoch bei andauernder Bewegung im nächsten Augenblick abermals eine Ladung konstatieren. Leitet man auch diese ab, so entsteht sofort eine dritte Ladung, die ihrerseits abfliessend, wenn der Weg offen, alsbald einer vierten Platz macht, u. s. w.; für unendlich kleine Zeitintervalle zwischen Ladung und Entladung findet solchergestalt ein kontinuierliches Abfliessen statt, resultiert ein „elektrischer Strom". Die elektromotorische Kraft dieses Stromes, welche mit der Bewegung des Magnets in die Erscheinung tritt, ist nun aber nichts anderes, wie die elektromotorische Kraft der Gleichpolinduktion[3]): den elektrometrischen Nachweis freier, infolge der Induktion vorhandenen Elektrizität an den Enden der mit dem offenen Kreise einer gewöhnlichen Unipolarmaschine verbundenen Leitung hat Grotrian[4]) geführt. Zugleich erkennt man die Inversion jener von Lodge getroffenen Anordnung als Grundform aller Gleichpolrotationsapparate, das Rowlandsche Dispositiv als Analogon zum einfachen Solenoid.

Es bleibt zu betonen, dass alle Bewegung hier stets translatorisch ist: der einzelne Magnetfaden rotiert niemals und kann nicht rotieren oder rotierend gedacht werden. Nachdem aber die translatorische Bewegung der bequemeren Beobachtung wegen meistens in eine geschlossene Bahn gelenkt, somit zu einer Umlaufsbewegung um die Bahn der „Elektrizität" gemacht wird, und der Magnetfaden diese nicht allein, sondern als Element eines räumlich ausgedehnten Systems zahlreicher paralleler Fäden ausführt, hat die augenfällige Rotation (Achsendrehung) dieses Systems als Ganzes, d. h. des Magnets, hier überhaupt nur Rotationen sehen lassen, und so u. a. die konfuse Frage gezeitigt, ob wohl das Feld eines rotierenden Magnets an der Rotation teil hat oder nicht. Dass ferner die elektromotorische

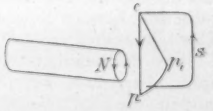
1) Lodge, Phil. Mag. (5) **27**, 469, 1889.
2) Crémieu, C. R. **134**, 1423, 1902.
3) Über dieses Wort, statt „Unipolarinduktion", vgl. meinen Vorschlag, Phil. Mag. [5] **47**, 331, 1899.
4) Grotrian, Ann. d. Phys. **8**, 794, 1901.

Kraft der Induktion einem „Schneiden" von Kraftlinien durch Leiterteile entspringen sollte, die „Kraftlinien" also doch wohl beweglich sein müssten, trug nur dazu bei, die Konfusion noch zu steigern. Der oben von mir, wie ich glaube, erstmals gegebene Hinweis auf den wahren Ursprung der elektromotorischen Kraft der Induktion dürfte indessen einer klaren Auffassung auch jener ersten Frage den Weg öffnen: Der translatorisch bewegte Magnetfaden, mithin auch ein solcher, der eine Umlaufsbewegung ausführt, bleibt von seiner Einflusssphäre umgeben; folgen sich nun mehrere Magnetfäden unmittelbar hintereinander, so nimmt zwar immer noch ein jeder seine individuelle Einflusssphäre mit, allein es unterliegt, weil von diesen jede vorhergehende ganz gleich jeder nachfolgenden, ein jeder äussere Punkt der unveränderten Beeinflussung so lange, bis der letzte Magnetfaden mit seiner Einflusssphäre abgezogen ist. In Bezug auf jenen Punkt ruht also das Feld als Ganzes; die Thatsache der statthabenden Induktion widerspricht nicht der Annahme solcher Kontinuität, denn — sie steht zu ihr in gar keiner Beziehung.[1]) Auch hier wieder hat anscheinend der Faradaysche Genius sich vorahnend geäussert[2]): „the magnet may even, in certain cases, be considered as revolving among its own forces and producing a full electric effect sensible at the galvanometer."

Die experimentellen Grundlagen obiger Darlegung enthalten noch einiges bisher Unerklärtes, einerseits bei Crémieu, andererseits bei Grotrian: Diesem fiel es auf, dass die elektromotorische Kraft der Gleichpolinduktion, wenn durch die Rotationsversuche geliefert, grösser als wenn aus dem freien Magnetismus des drehbaren Magnets (während er ruht) berechnet, jener traf verschiedenes Unerwartetes, scheinbar Anomales, namentlich bei der Rotation des Dielektrikums, u. a. einen grösseren Wert der magnetischen Induktion beim Entladen als beim Laden desselben, eine manchmal wachsende Durchdringbarkeit des Dielektrikums für elektrische Ladungen u. s. w. Diese Einzelheiten weisen anscheinend nichts auf, was mit der vertretenen Anschauung vom Ursprung des Induktionsstromes unverträglich wäre; sie könnten demnach hier vielleicht übergangen werden. In Ergänzung des Übrigen aber mögen sie immerhin eine kurze Erörterung finden.

Aus der Faraday-Maxwellschen Vorstellungswelt heraus lassen sich offenbar die noch unerledigten Punkte nicht weiter behandeln; zieht man jedoch einzelnes der älteren Wilh. Weberschen Ideen hinzu, so dürften gewisse Ausblicke sich öffnen: Durch die genügend schnelle Rotation wird den zufällig vorhandenen (zunächst wohl im gasförmigen Dielektrikum) Elektrizitätsteilchen, Ionten, eine grössere freie Weglänge geschaffen oder ihre kinetische Energie erhöht, sonach teils elektrische, teils magnetische Energie des Iontenfeldes gewonnen, und damit entsteht die Frage, ob, wenn nun die Iontenzahl durch Zusammenstoss in rascher Progression wächst, nicht auch derart die magnetische Energie gesteigert wird, dass scheinbar des drehenden Magnets freier Magnetismus sich höher stellt im Werte als jener desselben Magnets, wenn er ruht, sowie zugleich, ob nicht eine Iontosierung auch am rotierenden festen Dielektrikum dessen Durchlässigkeit für elektrische Ladungen erhöht und mehreres veranlasst, das sich durch eine vermehrte Leitfähigkeit des dielektrischen Milieus erklären lässt. Im allgemeinen wirkt jedenfalls auch hier das hervorgerufene elektrische oder magnetische Feld auf die Bewegung elektrisch nicht neutraler Teilchen richtend ein.

Nunmehr erübrigt es noch den Zusammenhang zwischen Gleichpolinduktion, bezw. -rotation, und Wechselpolinduktion, bezw. -rotation[1]), klarzulegen; ein blosses Schema veranschaulicht am einfachsten den inneren Verband, bezw. die Identität beider Erscheinungsgruppen.



Wir betrachten zunächst nur die geschlossene Leiterfigur $c\,p\,p_1\,c$, deren Ebene, etwa von rechts nach links normal durch das Feld eines Magnetpoles N bewegt werden mag; der Punkt c kann an seinem Platze bleibend gedacht werden. Es resultiert ein Induktionsstrom von c nach p (über p_1 in sich geschlossen), welcher verschwindet, bis die Leiterfigur symmetrisch vor dem Pole steht und wieder hervortritt, von c nach p_1 (über p in sich geschlossen) bei der Weiterbewegung. Dieses ist die Grundform der

1) Hoppes Beobachtung (Mitth. math. Ges. Hamburg, **4**, 3, 1903), daß die ruhende Eisenfeilefigur auf einem horizontalen gelochten Blatt um den Pol eines vertikalen rotierenden Magnets nicht mehr streng radiale, sondern leicht tangentiale Struktur zeigt, dürfte als Neuestes in dieser Materie, weniger ein Mitrotieren des Kraftfeldes beweisen, als wohl zu verstehen sein, daß man es hier zu tun hat mit einer Art Umkehrung der Erscheinung des sogen. Rotationsmagnetismus. Sämtliche Gleichpolrotationsapparate zählen ja vor allem zu den Asynchronmotoren.

2) Exp. Res. **3**, 337 (§ 3090), 1855 (bei der Royal Institution eingegangen 22. Oktober 1851, daselbst gelesen 27. November oder 11. Dezember 1851).

1) Über diese Worte zur Bezeichnung der Verhältnisse bei Dynamomaschinen und Elektromotoren meist verbreiteter Bauart, wo stets beide Pole abwechselnd wirksam sind, vgl. meinen Vorschlag: Phil. Mag. [5] **47**, 331, 1899.

Wechselpolinduktion für Induktoren, Dynamomaschinen u. dgl. — Jetzt beachten wir auch den Nebenschluss s: Er verbindet gleichfalls c mit pp_1, liegt aber fest im Raume. Während der umschriebenen Bewegung der Leiterfigur $c\,p\,p_1\,c$ floss der Strom anfangs von c nach p, dann von c nach p_1, d. h. beide Male gleichsam von c aus; indessen die Leiterstrecke s als Nebenschluss wirkte zunächst zu $p_1 c$ dann zu $p c$, d. h. wiederholt den Strom von $p_1 p$ nach c führte: obwohl mithin die Stromrichtung in der geschlossenen Leiterfigur $c\,p\,p_1\,c$ wechselte, blieb sie im Nebenschluss s unverändert. Dieses ist die Grundform der Gleichpolinduktion, zu deren begrifflichen Vervollständigung man nur mehr c als Centrum, $p\,p_1$ als Peripherieteil einer vor dem Pole N rotierenden Scheibe mit unendlich vielen Radien cp, cp_1 sich vorzustellen braucht. — Gilt andererseits der Strom als Gegebenes, die Bewegung als Resultierendes, so beleuchtet das Schema die Identität von Gleichpolrotation und Wechselpolrotation.

Diese Ausführungen lassen erkennen, wie die Wechselpolerscheinungen, Induktion und Rotation, weiter nichts sind als Derivate der entsprechenden Gleichpolerscheinungen, welche einzig primar existieren: es giebt immer nur eine elektromagnetische Induktion, die Gleichpolinduktion und eine elektromagnetische Rotation, die Gleichpolrotation.

Wo eine möglichst durchsichtige Anordnung der Materie dieses Gebiets erwünscht scheint, so im Unterricht, sollte wohl diese Thatsache vorausgeschickt werden, unter Hinweis auf die Entstehungsgeschichte der eigentlich wirksamen elektromotorischen oder molimotorischen[1]) Kraft überhaupt nach Massgabe der gegebenen Verhältnisse des eingangs geschilderten dreieinheitlichen Urproblems.

Die Bedeutung der hier von einer neuen Seite berührten Fragen, wo ausserdem, — mit Edlund u. a., — Erklärungen versucht werden der elektrischen Erscheinungen in der Atmosphäre, sowie, mittelbar, wo erdmagnetische und auch gewisse kosmische Vorgänge in Betracht kommen, braucht kaum nochmals hervorgehoben zu werden.

1) Massenbewegende, bei den Rotationsapparaten thätige Kraft; statt „ponderomotorisch".

Degerloch (Wttbg.), September 1903.

(Eingegangen 16. September 1903.)

Die Eigenschaften des Glimmstromes in freier Luft.[1])

Von J. Stark.

1. Glimmstrom bei niedrigem und bei hohem Drucke im Wesen identisch. — In speziellen Abhandlungen und in zusammenfassenden Darstellungen ist häufig ein Unterschied gemacht zwischen den elektrischen Erscheinungen in Gasen von niedrigem Drucke und denjenigen in Gasen von hohem Drucke. Diese Unterscheidung ergab sich daraus, dass sowohl über die elektrische Entladung in freier Luft bei etwa 760 mm Druck wie über diejenige in Gasen von etwa 10 mm Druck abwärts zahlreiche Untersuchungen vorlagen, dass dagegen für den Druckbereich 760—10 mm die Untersuchungen spärlich waren; dazu kam, dass die elektrischen Erscheinungen bei hohem und bei niedrigem Drucke äusserlich ein verschiedenes Ansehen bieten. Indes ist jene Unterscheidung nicht in der Sache begründet; im Wesen sind nämlich die elektrischen Erscheinungen bei hohem und bei niedrigem Drucke gleich; zwischen ihren Eigenschaften herrscht nämlich vollkommene Übereinstimmung oder, soweit sie Funktionen des Druckes sind, kontinuierlicher Übergang. Dies soll an dem Beispiel des Glimmstromes im folgenden gezeigt werden; über dessen Eigenschaften bei niedrigem Drucke ist in des Verf. Buch: Die Elektrizität in Gasen, Leipzig 1902, zusammenfassend berichtet; über den Glimmstrom in freier Luft sind von M. Töpler[1]), dem Verf.[2]) und W. Kaufmann[3]) Messungen angestellt worden.

In freier Luft wie bei niedrigem Drucke besitzt der Glimmstrom die gleichen Bestandteile: negatives Glimmlicht, dunklen Zwischenraum, positive Lichtsäule; die Grundfläche des negativen Glimmlichtes wächst in beiden Fällen mit zunehmender Stromstärke und steigender Temperatur, der Querschnitt der positiven Lichtsäule wird ebenfalls mit der Stromstärke grösser. In beiden Fällen ist der normale Kathodenfall (Spannungsdifferenz zwischen Kathode und negativer Glimmschicht) derselbe; dies entspricht der von Warburg und anderen festgestellten Thatsache, dass der normale Kathodenfall bei niedrigem Drucke unabhängig von dessen Wert ist. Das Spannungsgefälle in der positiven Lichtsäule ist eine Funktion des Druckes, wie die Untersuchung bei kleinen Werten desselben zeigt; in freier Luft bei atmosphärischem Drucke

1) Über den Glimmstrom in freier Luft wurden von mir in dieser Zeitschrift (**4**, 535, 1903) einige Messungen veröffentlicht. Ihre Resultate wurden im wesentlichen von Herrn Kaufmann (diese Zeitschr. **4**, 578, 1903) bestätigt; Abweichungen glaubte er aus Ungenauigkeit meiner Messungen erklären zu können. Wie ich indes zeigte (diese Zeitschr. **4**, 605, 1903), sind sie in der Verschiedenheit beider Versuchsanordnungen begründet. In einer weiteren Mitteilung (diese Zeitschr. **4**, 653, 1903) kommt Herr Kaufmann nochmals auf die strittigen Punkte zurück; da er aber sachlich nichts Neues beibringt, ist wohl ein näheres Eingehen auf jene Mitteilung nicht notwendig.

1) M. Töpler, Wied. Ann. **66**, 671, 1898.
2) J. Stark, diese Zeitschr. **4**, 535, 1903.
3) W. Kaufmann, diese Zeitschr. **4**, 580, 1903.

besitzt es einen höheren Wert, wie es eben der höhere Druck verlangt. Doch hängt es hier wie dort in gleicher Weise von Stromstärke und Temperatur ab; es nimmt mit wachsender Stromstärke erst schnell, dann langsamer ab und wird mit steigender Temperatur kleiner.

In freier Luft wie bei niedrigem Drucke sind es die negativen Elektronionen, welche durch ihren Stoss das durchströmte Gas ionisieren, sowohl in der negativen Glimmschicht wie in der positiven Lichtsäule. Speziell haben wir in der Glimmschicht des Glimmstromes in freier Luft Kathodenstrahlen vor uns; da sie keine grosse Geschwindigkeit (ungefähr $1 \cdot 10^9$ cm $\cdot$ sec^{-1}) besitzen und der Gasdruck hoch ist, so werden sie bereits auf kurzer Strecke im Gase absorbiert; die negative Glimmschicht ist darum in freier Luft entsprechend kürzer als bei niedrigem Drucke.

2. Selbsterwärmung im Glimmstrom. — Wie ein metallischer Leiter von einem durchfliessenden Strome erwärmt wird, so erhitzt auch der Glimmstrom das von ihm durchlaufene Gas. Betrachten wir einen dünnen Platindraht, der von zwei Zuleitungsdrähten gehalten wird und vom elektrischen Strome durchflossen ist. Ein Teil der im Platindraht erzeugten Jouleschen Wärme fliesst aus ihm nach den beiden Zuleitungsdrähten ab. Infolge dieser Fortleitung von Wärme ist einmal die Temperatur des Platindrahtes niedriger, als sie ohne Fortleitung sein würde; sodann ist sie auch auf ihm räumlich variabel, sie ist am niedrigsten unmittelbar an den Zuleitungsdrähten, am höchsten in der Mitte des Platindrahtes. Die Temperatur in der Mitte des Drahtes nimmt, wie leicht zu verstehen ist, zu mit wachsender Drahtlänge. Mit der Dicke der Zuleitungsdrähte variiert die Fortleitung der Wärme aus dem erhitzten Platindraht. Es sind zwei Grenzfälle zu unterscheiden. Erstens können die Zuleitungsdrähte so dick sein, dass ihre Temperatur bei elektrischer Erhitzung des Platindrahtes sich nicht ändert; in diesem Falle ist bei konstanter Stromstärke im Platindraht einmal dessen Temperatur am niedrigsten, sodann ist auch die Temperaturdifferenz zwischen der Mitte und den Enden des Drahtes am grössten. Mit abnehmender Dicke der Zuleitungsdrähte steigt die Temperatur und sinkt jene Temperaturdifferenz. Der zweite Grenzfall ist der, dass die Zuleitungsdrähte infolge ihrer geringen Dicke dem Platindraht im Verhältnis zu der ganzen in diesem entwickelten Wärme unendlich wenig Wärme entziehen; in diesem Falle ist die Temperatur des Drahtes die höchst mögliche, die Temperaturdifferenz zwischen der Mitte und den Enden des Drahtes ist Null geworden.

Die vom Glimmstrom in freier Luft durchflossene erhitzte Strecke verhält sich nun ähnlich wie der Platindraht; die Elektroden spielen die Rolle von Zuleitungsdrähten. Je dicker die Elektroden sind, desto niedriger ist die mittlere Temperatur der durchströmten Luftstrecke, desto grösser der Spannungsabfall in der positiven Lichtsäule. In der That ist bei gleichem Elektrodenabstand und gleicher Stromstärke die Elektrodenspannung für dünne, wenig abkühlende Platinelektroden kleiner als für dicke, stark abkühlende Kupferelektroden. So fand der Verfasser für 1 mm Abstand und 9,6 Milliampère Stromstärke für 0,49 mm dicke Platinelektroden als Elektrodenspannung 410 Volt, Kaufmann für 1,5—3 mm dicke Kupferelektroden für 1 mm Abstand und 10,1 Milliampère 475 Volt.

Auch nimmt in der Mitte der Bahn des Glimmstromes die Temperatur mit wachsendem Elektrodenabstand zu. Dies ist aus der Beobachtung zu schliessen, dass die Temperatur der Elektroden bei konstanter Stromstärke wächst mit zunehmendem Elektrodenabstand (vgl. des Verf. demnächst in den Ann. d. Phys. erscheinende Abhandlung „Zur Kenntnis des Lichtbogens“ § 19). Diese Variation der Temperatur mit dem Elektrodenabstand bei konstanter Stärke des Glimmstromes ist offenbar um so grösser, je grösser die Abkühlung durch die Elektroden ist.

Endlich ist aus der Analogie zu schliessen, dass die Temperaturdifferenz zwischen der Mitte und den Enden der Strombahn mit der Abkühlung durch die Elektroden, also mit deren Dicke zunimmt.

Wegen dieser Abhängigkeit der Temperatur in der Bahn dieses Glimmstromes sind wenig abkühlende dünne Elektroden bei solchen Untersuchungen vorzuziehen, welche Konstanz der Temperatur voraussetzen.

3. Elektrodenspannung bei kleinem Elektrodenabstand. — Der Glimmstrom ist dadurch charakterisiert und vom Lichtbogen unterschieden (Zur Kenntnis des Lichtbogens § 2), dass die Spannungsdifferenz zwischen Kathode und negativer Glimmschicht nicht unter ein bestimmtes mehrere Hundert Volt betragendes Minimum (normaler Kathodenfall) sinken kann. Ist die Anode der Kathode so nahe, dass sie sich in der negativen Glimmschicht befindet, so ist die Elektrodenspannung gleich dem Kathodenfall und, solange sie sich in der Glimmschicht bewegt, behält sie diesen Wert nahezu unverändert bei. Ist in diesem Falle der Kathodenfall normal, so ist wie dieser so auch die Elektrodenspannung gleichzeitig unabhängig von Stromstärke und Elektrodenabstand. Nähert sich die Anode

schwindet an den Stellen, wo dies geschieht, die Glimmschicht und es sind dann zwei Fälle zu unterscheiden. Kann das unterdrückte Stück Glimmschicht an einer anderen Stelle der Kathode sich neu bilden, ist also diese noch nicht ganz mit Glimmlicht bedeckt, so bleibt der Kathodenfall und damit die Elektrodenspannung ungeändert normal auch für Elektrodenabstände, die kleiner sind als die Länge des Kathodendunkelraumes. Wenn dagegen die ganze Kathode bereits mit Glimmlicht bedeckt ist, so steigt bei weiterem Vordringen der Anode gegen die Kathode schnell die Elektrodenspannung mit abnehmendem Elektrodenabstand (Die Elektrizität in Gasen S. 198).

Bei höherem Drucke und vor allem in freier Luft ist der Kathodenfall in der Regel normal, darum ist in diesen Fällen die Elektrodenspannung V für sehr kleine Elektrodenabstände l unabhängig von diesen und von der Stromstärke. Da die Länge des Kathodendunkelraumes und der negativen Glimmschicht abnehmen, wenn die Gasdichte, also das Verhältnis von Druck p und absoluter Temperatur T zunehmen[1]), so nimmt auch das horizontale Stück der V, l-Kurve des Glimmstromes ab, wenn das Verhältnis p/T grösser wird.

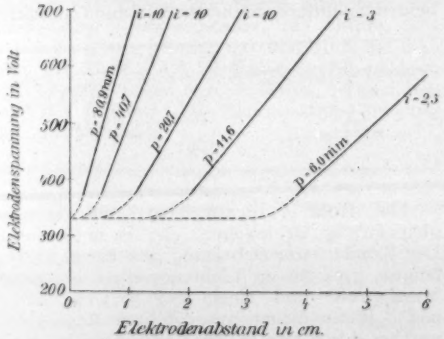


Fig. 1 ist nach Messungen von Th. Homén[2]) in Luft an Aluminiumelektroden konstruiert. Die ausgezogenen Teile der V, l-Kurven sind durch Interpolation, in ihrem untersten Stück durch Extrapolation gewonnen; die gestrichelten Teile sind nach Massgabe des oben als notwendig beschriebenen in anderen Fällen thatsächlich beobachteten Verhaltens bei normalem Kathodenfall ergänzt. Die Genauigkeit der Kurven ist zwar nicht gross; immerhin aber verbürgen sie die Existenz eines horizontalen Stückes l_0. Wie sich zeigen lässt, nimmt das horizontale Stück l_0 der V, l-Kurve mit wachsendem Gasdruck ab und war schneller als p^{-1}, dagegen

1) J. Stark, Ann. d. Phys. **12**, 1, 1903.
2) Th. Homén, Wied. Ann. **38**, 172, 1889.

der Kathode noch weiter und sucht sie in den Kathodendunkelraum einzudringen, so verlangsamer als p^{-2}. Setzen wir $l_0 = k \cdot p^{-2} \cdot T^2$ und extrapolieren von den Messungen Homén's bei 11, 20, 40, 80 mm auf 750 mm; die absolute Temperatur kann an der von Homén verwendeten dicken Aluminiumkathode nicht viel über 300° gewesen sein. So findet sich für l_0 bei 300° absoluter Temperatur und 750 mm Druck der Wert 0,004 mm. Angenommen, dieser Wert sei 10 mal zu klein gefunden, so wird $l_0 = 0{,}04$ mm. Dieser Wert ist immer noch so klein, dass er bei der Messung des Elektrodenabstandes mit einem 0,1 mm gebenden Mikrometer sich noch nicht sicher feststellen lässt. Bei niedriger Temperatur, also bei kleiner Stromstärke oder an dicken stark abkühlenden Elektroden ist darum das horizontale Stück der V, l-Kurve des Glimmstromes in freier Luft kleiner als 0,05 mm, aber jedenfalls ist es auch unter diesen Umständen vorhanden.

In der That konnte Herr Kaufmann mit dicken Kupferelektroden und einem 0,05 mm gebenden Mikrometer das horizontale Stück nicht entdecken.

Ist wieder $p = 750$ mm, dagegen $T = 1500°$, so wird $l_0 = 0{,}1$ mm. Bei der Temperatur der Rotglut ist also auch in freier Luft das horizontale Stück l_0 der V, l-Kurve des Glimmstromes so gross, dass es mit einem 0,1 mm gebenden Mikrometer entdeckt werden kann. In der That hat sich in des Verf. Messungen mit dünnen bei grosser Stromstärke bis zur Hellrotglut sich erhitzenden Elektroden l_0 zu 0,25 mm ergeben.

Göttingen, September 1903.

(Eingegangen 18. September 1903.)

Eine einfache Methode, die Geschwindigkeit von Gasionen zu bestimmen, welche weder hohes Molisierungs- noch Regenerierungsvermögen besitzen.

Von Heinrich Mache.

Bläst man durch einen Cylinderkondensator, welcher zur Potentialdifferenz ΔV geladen ist, parallel zur Achse ionisiertes Gas, so wird ein Teil der Ionen zur Unterhaltung des radial gerichteten elektrischen Stromes verbraucht. Der Restbetrag an Ionen, welcher die Röhre ungehindert passiert, lässt sich dann durch folgende einfache Näherungsrechnung bestimmen:

Es seien r und R der innere und der äussere Radius des Kondensators, l seine Länge, u die mittlere spezifische Geschwindigkeit der betreffenden Ionengattung. Es ist somit die Feldstärke in irgend einer Distanz ϱ von der Achse,

in der sich das Ion im betrachteten Zeitmomente eben befindet, gleich

$$\frac{1}{\varrho}\,\frac{\Delta V}{\log\frac{R}{r}}$$

und die Geschwindigkeit, mit welcher es sich dort bewegt,

$$u_\varrho = -\frac{d\varrho}{dt} = u\frac{A}{\varrho},$$

wo wir zur Abkürzung

$$\frac{\Delta V}{\log\frac{R}{r}} = A$$

setzen. Durch Integration dieser Gleichung erhält man den Weg, welchen das Ion in der Richtung des Feldes nach einer bestimmten Zeit zurückgelegt hat. Braucht also das mit der Geschwindigkeit w strömende Gas die Zeit

$$\frac{l}{w} = T$$

zum Passieren des Kondensators, so werden auf den inneren Cylinder von den entgegengesetzt geladenen Ionen nur diejenigen gelangen können, welche sich beim Eintritt in den Kondensator in einer Distanz $< P$ von der Achse befanden, wo sich P aus der Gleichung

$$2uAT = P^2 - r^2 \text{ zu } P = \sqrt{r^2 + 2uAT}$$

bestimmt.

Es wird also in der Zeiteinheit das Volumen $\Phi = (P^2 - r^2)\pi w = 2uA\pi l$ seines Ionengehaltes beraubt. Ist N die Zahl der Ionen in der Volumeinheit, $N\varepsilon$ ihre Ladung, so gelangt somit in der Zeiteinheit die Ladung $J = 2N\varepsilon uA\pi l$ an den inneren Cylinder. Nennen wir das Gesamtvolumen des Gases, welches überhaupt den Kondensator in der Sekunde passiert $(R^2 - r^2)\pi w = V$, so ist der Restbetrag an Ladung, welcher in dem Gase nach dem Passieren des Cylinderkondensators zurückbleibt,

$$L = NeV\left(1 - 2\pi\frac{uAl}{V}\right).$$

Es ist aus Gründen, die später einleuchten werden, bequemer, nicht A, sondern L zu messen. Es geschieht dies am leichtesten, indem man das Gas nach dem Verlassen des ersten Röhrenkondensators durch einen zweiten streichen lässt, welcher genau die gleiche Einrichtung hat, wie der Ebertsche Apparat zur Bestimmung der Zahl der Ionen in der freien Atmosphäre. Es wird nämlich im zweiten Kondensator der innere Cylinder mit einem geeichten Elektroskope verbunden und auf so hohes Potential geladen, dass das erzeugte Feld den ganzen Restgehalt an Ionen aufbraucht. Die Kenntnis des Spannungsabfalles und der Kapazität in diesem zweiten Systeme liefert uns dann die mit L bezeichnete Grösse. Es ist nun A der Potentialdifferenz ΔV proportional, also L eine lineare Funktion von ΔV.

Erhöht man den Betrag dieser Potentialdifferenz so lange, bis eben $L = 0$ wird, d. h. bis das Gas vollkommen entionisiert den ersten Kondensator verlässt und somit im zweiten keine Abnahme der Spannung zu bemerken ist, so liefert die Gleichung

$$u = \frac{V}{2\pi Al} = \frac{V\log\frac{R}{r}}{2\pi\Delta Vl}$$

die mittlere spezifische Geschwindigkeit des Ions. Es soll gleich hier bemerkt werden, dass eine derartige vollkommene Entionisierung des Gases auch beim Anlegen von hohen Potentialdifferenzen nicht erzielt werden kann. Doch zeigt sich innerhalb weiter Grenzen der geforderte lineare Zusammenhang zwischen L und ΔV. Es ist dann auch allgemeiner

$$u = \frac{V}{2\pi Al}\left(1 - \frac{L}{NeV}\right).$$

Die Versuchsanordnung war die folgende: Aus einem Orgeltische wurde Luft durch eine geeichte Gasuhr getrieben, weiters durch einen weiten Kautschukschlauch, worauf sie ein geerdetes 25 cm langes Messingrohr A und die beiden Cylinderkondensatoren B und C passierte.

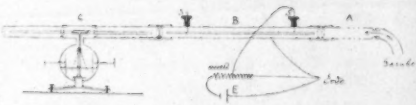


Fig. 1.

Das Rohr A diente dazu, den Gasstrom gleichförmig zu machen, ehe er in B eintrat. Der Kondensator B bestand aus einem 42,2 cm langen, 3,04 cm im Lichten weiten, gezogenen Messingrohr und einem nur 37,3 cm langen und 0,46 cm dicken ausgeglühten Messingstab, welcher durch zwei in den Ebonitpfropfen S eingesetzte, dünne, aber steife Drähte getragen wurde, und von der Batterie E aus in ersichtlicher Weise auf verschiedenes Potential gebracht werden konnte. Die hier verwendete Spannung betrug selten über 3 Volt. Der Kondensator C besass nahezu die gleichen Dimensionen wie B. Der innere Cylinder war auf ein Elektroskop aufgesetzt, das sorgfältig geeicht und mit Spiegelablesung versehen war. Das Anfangspotential betrug gewöhnlich 260 Volt.

Bläst man nun durch die Röhren ionisiertes Gas, so wird es in B zum Teil, in C völlig seines Ionengehaltes beraubt und die Beobachtung des Spannungsabfalles am Elektroskop liefert uns bei Kenntnis der Kapazität des Systems C (Kondensator + Elektroskop), die in

unserem Falle gleich 10,70 E. S. E. gefunden wurde, die oben mit L bezeichnete Grösse.

Nach mehreren Versuchen, die natürliche Ionisation der Luft zu verwenden, welche an dem geringen Ionengehalte der staubigen Laboratoriumsluft scheiterten, wurde zur künstlichen Ionisierung geschritten, und zwar in der Weise, dass man die Luft vor ihrem Eintritte in A durch eine cylindrische Messingbüchse streichen liess, in der sich axial eines der Marckwaldschen Polonium-Wismutstäbchen befand, wie sie R. Sthamer in Hamburg liefert. Durch Umwickeln mit Stanniol konnte die Wirkung des Stäbchens und damit auch der Ionengehalt des Luftstromes beliebig geschwächt werden. Es zeigt sich nun thatsächlich innerhalb weiter Grenzen der von der Theorie geforderte lineare Zusammenhang zwischen L und ΔV, wie aus den beiden folgenden Tabellen erhellt, welche für zwei verschiedene Konzentrationen gelten. Nur ist hier statt der Grösse L der ihr proportionale am Elektroskope direkt beobachtete Spannungsabfall Z eingesetzt. Er bezieht sich auf eine Gasmenge von 140 l, die bei dem gewählten Drucke das Röhrensystem in $7^m\ 46^s$ passierte. Die für Z gegebenen Zahlen sind Mittelwerte aus den in Klammer beigesetzten, von denen die obere gilt, falls der Kondensator B innen positiv, die untere, falls er innen negativ geladen ist. Natürlich hat man es in der Hand, die Beobachtung für positive oder negative Ionen durchzuführen, je nachdem man die Ladung des Elektroskopes negativ oder positiv wählt.

Tabelle I.

ΔV in Volt	a) Z in Volt, Elektroskop −geladen	ΔV in Volt	b) Z in Volt Elektroskop +geladen
0,620	93,0 (93,6 | 92,4)	0,620	67,5 (61,8 | 73,2)
1,085	60,7 (59,4 | 62,0)	1,085	38,2 (35,4 | 41,0)
1,395	38,5 (36,6 | 40,4)	1,395	20,3 (18,6 | 22,0)

Tabelle II.

	c)			d)	
0,564	42,6	(39,4 | 45,8)	0,620	30,1	(28,4 | 31,7)
0,994	28,9	(26,3 | 31,5)	1,085	17,2	(15,6 | 18,7)
1,410	16,9	(14,5 | 19,2)	1,410	8,5	(7,6 | 9,3)

Man sieht zunächst, dass die entionisierende Wirkung des Kondensators von der Schaltung abhängt. Die Wirkung ist grösser, wenn der Kondensator innen positiv, als wenn er innen negativ geladen ist. Es ist dies ein Effekt, der darauf zurückgeführt werden kann, dass infolge von Diffusion und den durch die Bewegung der Ionen selbst erzeugten Konzentrationsänderungen das Feld in polarer Weise modifiziert wird. Er wird sich um so weniger geltend machen, je geringer der Ionengehalt ist. Jedenfalls wurde festgestellt, dass die Ursache der Erscheinung nicht in einer ungenügenden Zentrierung des inneren Cylinders zu suchen ist, aber auch nicht darin, dass sich das Metall infolge der Berührung mit dem ionisierten Gase selbst schon auf eine Art Kontaktpotential lädt und so wegen der Verschiedenheit des Metalles (Hart- und Weichmessing) sich im Kondensator ein Element ausbildet, dessen Wirkung zu der des angelegten Elementes hinzukommt. So betrug die Spannung, zu der sich der innere Stab selbst bei stärkstem Ionengehalte des Gases (bei ganz freiem Poloniumstift) gegen die äussere Röhre lud, nur — 0,14 Volt. Das so erzeugte Feld ist also nicht nur zu schwach, sondern hat sogar die entgegengesetzte Richtung zu derjenigen, welche es haben müsste, um die oben berührte Erscheinung zu veranlassen; denn nur ein schon vorhandenes positives Potential des inneren Stabes könnte erklären, dass die Wirksamkeit des Kondensators grösser ist, wenn auch das angelegte Potential positives Vorzeichen hat.

Werden die zusammengehörigen Werte von ΔV und Z graphisch veranschaulicht (Fig. 2), so

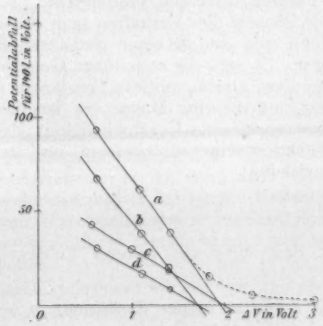


Fig. 2.

ergeben sich die Geraden a, b, c und d, von denen sich a und c auf die positiven, b und d auf die negativen Ionen beziehen. Sie schneiden sich fast genau in den Punkten 1,96, beziehungsweise auf 1,72 der Abszissenachse. Das sind also die Potentiale, welche am Kondensator B angelegt werden müssten, um das Gas vollkommen zu entionisieren, unter der Voraussetzung, dass die im obigen Intervall beobachtete Linearität auch noch für höhere Potentiale standhielte. Man berechnet hieraus unter Zugrundelegung der Formel

$$u = \frac{V \log \frac{R}{r}}{2\pi A V l}$$

die Geschwindigkeit der positiven Ionen $u_+ = 1{,}23^6$ cm/sec, die der negativen $u_- = 1{,}40^9$ cm/sec und das Verhältnis

$$\frac{u_-}{u_+} = 1{,}14^0.$$

Diese Zahlen gelten für rund 20° C. und einen Feuchtigkeitsgehalt von 80—90 Proz., den die Luft beim Streichen durch die Gasuhr erhielt.

Bedenkt man, dass u ein Mittelwert ist, so wird man im voraus erwarten müssen, dass die Betrachtung, deren Resultat unsere Näherungsformel war, nicht mehr zulässig ist, wenn man für AV grössere Werte wählt. Da nämlich unter den Ionen stets solche enthalten sein werden, welche nur eine geringe Geschwindigkeit besitzen, die abzufangen es somit eines starken Feldes bedarf, so wird stets ein kleiner Rest an Ionen vorhanden sein. Die im obigen Diagramm (Fig. 2) gegebenen Geraden werden sich somit mit wachsender Potentialdifferenz in Kurven verwandeln müssen, welche sich der Abszissenachse nähern, ohne sie je zu schneiden. In der That bestätigt dies die Beobachtung, wie aus der punktiert gezogenen und zu a gehörigen Kurve erhellt, welche die Beobachtungen im nicht linearen Intervalle wiedergiebt.

Wir können dies Verhalten auch theoretisch verfolgen und so zu einer genaueren Formel gelangen. Es sei c die molekulare Geschwindigkeit des Ions, λ seine mittlere Weglänge, ε seine Ladung und m seine Masse; es ist dann die jeweilige spezifische Geschwindigkeit des Ions eine Funktion seiner molekularen, und zwar gilt die Beziehung:

$$u = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon}{m} \frac{\lambda}{c}\,^1).$$

Unter dem Einflusse unseres Feldes $\frac{A}{\varrho}$ hat dann ein Ion, welches die molekulare Geschwindigkeit c besitzt, in der Entfernung ϱ von der Achse die Geschwindigkeit

$$-\frac{d\varrho}{dt} = \frac{1}{2} \frac{A}{\varrho} \frac{\varepsilon}{m} \frac{\lambda}{c}$$

und es ist somit auch

$$-\varrho d\varrho = \frac{A}{2} \frac{\varepsilon}{m} \frac{\lambda}{c} dt.$$

Ist wieder, wie oben, T die Zeit, welche das Gas zum Passieren der Röhre braucht, so erhalten wir durch Integration die Gleichung:

$$P^2 - r^2 = A \frac{\varepsilon}{m} \frac{\lambda}{c} T.$$

Sie sagt aus, welche molekulare Geschwindigkeit das Ion höchstens haben darf, damit es noch aus der Entfernung P den inneren Cylinder des Kondensators erreichen kann. Es ergiebt sich diese Geschwindigkeit

$$c = A\lambda \frac{\varepsilon}{m} \frac{T}{P^2 - r^2}.$$

Alle Ionen, welche dieses c aufweisen und im Volumen $(P^2 - r^2)\pi w$ enthalten sind, werden in der Zeiteinheit auf den inneren Cylinder gelangen. Es ist das natürlich nicht so zu verstehen, dass ein bestimmtes Ion, welches zur Zeit 0 die molekulare Geschwindigkeit c und eine ihr entsprechende Ionengeschwindigkeit u hatte, dieses c und u beibehält, bis es den Cylinder erreicht. Vielmehr wird jeder Zusammenstoss c und u ändern. Der Zustand des Gases wird aber stationär sein, d. h. es werden, wenn während irgend einer Zeit durch die Kollisionen eine bestimmte Zahl von Ionen seine bestimmte Ionengeschwindigkeit verliert, in der gleichen Zeit eine gleiche Zahl die gleiche Ionengeschwindigkeit wieder erlangen. Die Wirkung ist dann dieselbe, als ob das Ion seine Geschwindigkeit beibehalten würde.

Da λ von c unabhängig ist, variiert u in erster Linie nur mit c. Ist nun N die Zahl aller in der Volumeinheit enthaltenen Ionen der einen Art, so sind unter ihnen nach Maxwells Gesetz

$$\frac{4N}{a^3\sqrt{\pi}} c^2 e^{-\frac{c^2}{a^2}} dc$$

Teilchen enthalten, deren molekulare Geschwindigkeit zwischen c und $c + dc$ liegt. Es gelangen also in der Zeiteinheit

$$dN_c = \frac{A\lambda\varepsilon T\pi w}{m} \frac{4N}{a^3\sqrt{\pi}} c\, e^{-\frac{c^2}{a^2}} dc$$

Ionen auf den inneren Cylinder, deren Geschwindigkeit gleich c ist.

Bei der Integration, welche wir nun bezüglich des c durchzuführen haben, werden wir aber noch auf einen Umstand Rücksicht nehmen müssen. Es sind hier zwei Arten von Ionen zu unterscheiden, je nachdem die Molekulargeschwindigkeit

$$c \gtrless A\lambda \frac{\varepsilon}{m} \frac{T}{(R^2 - r^2)}$$

ist. Ionen der ersten Art liefern Ausdrücke von der Form dN_c in das Integral, solche der zweiten Art, welche, soweit sie im Gase überhaupt vorhanden sind, sämtlich abgefangen werden, da sie in der Zeit T einen Weg $> R - r$ zurücklegen, geben in das Integral den Betrag

$$dN_c = (R^2 - r^2)\pi w \frac{4N}{a^3\sqrt{\pi}} c^2 e^{-\frac{c^2}{a^2}} dc.$$

Die Gesamtzahl der Teilchen erster Art erhalten wir dann durch Integration des Ausdruckes für dN_c bezüglich des c im Intervall von

1) J. J. Thomson: Rapports présentés au Congrès international de Physique **3**, 138, 1900.

$$\infty \text{ bis } A\lambda \frac{\varepsilon T}{m(R^2-r^2)},$$

die der zweiten durch Integration von dN_c' im Intervall von

$$A\lambda \frac{\varepsilon T}{m(R^2-r^2)} \text{ bis } 0.$$

Es ist also die Gesamtzahl aller Teilchen, welche in der Zeiteinheit abgefangen werden:

$$\Re = \frac{4\,A\lambda\varepsilon T \pi w N}{m\alpha^3\sqrt{\pi}} \int_x^{A\lambda \frac{\varepsilon T}{m(R^2-r^2)}} c e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}}\, dc \quad + \quad \frac{4(R^2-r^2)\pi w N}{\alpha^3\sqrt{\pi}} \int_{A\lambda \frac{\varepsilon T}{m(R^2-r^2)}}^{0} c^2 e^{-\frac{c^2}{\alpha^2}}\, dc .$$

Zerlegt man das zweite Integral, so hebt sich der erste Summand gegen das erste Integral und man erhält

$$\Re = 2(R^2-r^2)\sqrt{\pi}\, w N \int_0^{A\lambda \frac{\varepsilon T}{m(R^2-r^2)\alpha}} e^{-x^2}\, dx .$$

Dieser Ausdruck lässt sich noch durch Einführung von u vereinfachen. Berechnet man nämlich von dem oben für u gegebenen Ausdruck ausgehend unter Berücksichtigung des Maxwellschen Verteilungsgesetzes den Mittelwert $\bar{u}$, so erhält man, wie demnächst an anderer Stelle ausführlicher gezeigt werden wird, hiefür

$$\frac{1}{\sqrt{\pi}} \frac{\varepsilon}{m} \frac{\lambda}{\alpha}.$$

Führt man diesen Wert oben ein, so wird

$$\Re = N(R^2-r^2) w \pi \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\bar{u} A T \sqrt{\pi}}{R^2-r^2}} e^{-x^2}\, dx$$

oder endlich, wenn man mit V, A und L die gleichen Grössen wie oben bezeichnet:

$$A = N\varepsilon V \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\bar{u} A l n^3 |_2}{V}} e^{-x^2}\, dx$$

und

$$L = N\varepsilon V \left(1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{\bar{u} A l n^3 |_2}{V}} e^{-x^2}\, dx \right).$$

Das ist also die genauere, mit Rücksicht auf die verschiedene Ionengeschwindigkeit korrigierte Formel.

Die Genauigkeit des in den obigen Ausführungen gegebenen Verfahrens ist natürlich um so grösser, je besser sich die Beobachtungen an die zuletzt gegebene Formel anschliessen. Insoweit ist diese Eignung von der Art der Ionisierung abhängig. Ionen, welche entweder ein hohes Molisierungs- oder ein hohes Regenerierungsvermögen besitzen, werden ein abweichendes, durch unsere Formel nur genähert darstellbares Verhalten zeigen. Überwiegt das Molisierungsvermögen, so werden die beobachteten Werte des L und Z sämtlich tiefer liegen als die berechneten, überwiegt hingegen das Regenerierungsvermögen, dann liegen sie sämtlich höher.

Für die durch Poloniumstrahlung erzeugte Ionisierung tritt in sehr beschränktem Ausmass das erste ein, wie man sich leicht überzeugt. Das letztere war hingegen besonders ausgesprochen bei Ionen der Fall, die dadurch erzeugt wurden, dass man Luft durch destilliertes Wasser heftig quirlen liess. Hier waren die Abweichungen derartig grosse, dass nur ein ungefähres Schätzen der Ionengeschwindigkeiten möglich schien (ca. 0,5 cm/sec).

Thatsächlich zeigen auch diese Ionen nach den Versuchen von J. J. Thomson[1]) ein ganz hervorragendes Regenerierungsvermögen.

Zum Schlusse habe ich noch zu bemerken, dass ich eben in einer der letzten Nummern dieser Zeitschrift[2]) eine Mitteilung von Herrn H. Gerdien fand, welcher ein dem obigen ganz ähnliches Verfahren mit Erfolg einschlug, um die spezifische Ionengeschwindigkeit in der freien Atmosphäre zu messen. Durch die genannte Arbeit wurde ich denn auch veranlasst, die Ergebnisse meiner im letzten Frühjahr ausgeführten Untersuchung trotz mancher noch der Klärung bedürftiger Details bereits jetzt zu veröffentlichen.

1) Phil. Mag. 1902.
2) Diese Zeitschr. **4**, 632, 1903.

Wien, II. phys. Inst. der k. k. Universität.

(Eingegangen 1. Oktober 1903.)

Über die Diffusion von Radium-Emanation in Flüssigkeiten.[1])

Von Fr. Wallstabe.

Auf Veranlassung von Herrn Prof. Dorn habe ich die Diffusion der Emanation des Radiums in Wasser und Toluol untersucht. Über den Diffusionscylinder, eine vertikale cylindrische Glasröhre, die auf einer Glasplatte

1) Auszug aus der Hallenser Dissertation.

stand, wurde ein Rezipient gestülpt, um einen möglichst kleinen Raum luftdicht abzuschliessen. Unter dem Rezipienten hatte man ein elektrisches Feld von 200 V. mit der Flüssigkeit als Kathode. 0,5 g festes radiumhaltiges $BaCl_2$ von Aktivität 3000 und eine Lösung von 1,2 g von Aktivität 1000 (Rousseau, Paris) lieferten die Emanation, indem sie einfach unter den Rezipienten gestellt wurden. Da die Abflussröhre des Cylinders sich ausserhalb des Aktivierungsraumes befand, konnten die einzelnen Flüssigkeitsschichten ohne Lüften des Rezipienten abgezapft werden, so dass keine Störung des jeweiligen Zustandes eintrat. Der mit Watte und Stanniol umkleidete Apparat stand in einem fensterlosen Keller zur Vermeidung grösserer Temperaturschwankungen. Um zu verhindern, dass kleine Temperaturdifferenzen in dem Cylinder Strömungen verursachten, wurde in der Flüssigkeitssäule ein Dichtigkeitsgefälle hergestellt. $^1/_3$ des Cylinders wurde bei Wasser mit konzentrierten Lösungen von $NaCl$, $BaCl_2$, $CuSO_4$ und Zucker, bei Toluol mit Nitrobenzol gefüllt, und darüber die reine Flüssigkeit geschichtet. Nach einiger Zeit hatte sich durch Diffusion das Dichtigkeitsgefälle hergestellt, darauf begann der eigentliche Versuch.

Die einzelnen Flüssigkeitsschichten wurden auf bekannte Weise mittels Kondensator und Quadrantenelektrometer hinsichtlich der in ihnen enthaltenen Emanationsmenge untersucht. Der eine bestimmte Zeit nach Einsetzen der Schicht in den Kondensator am Elektrometer in 1 Minute erfolgende Ausschlag wurde als Mass der Menge genommen. Dieser Ausschlag nahm bei längerer Untersuchung bis zu einem Maximum zu, welches bei Wasser und Toluol nach verschieden langer Zeit erreicht wurde; ein Beweis dafür, dass in den Schichten Emanation enthalten war, welche verschieden schnell hinaus diffundierte. Dass thatsächlich Emanation und nicht nur etwa sekundäre Aktivierung vorlag, wurde noch dadurch bewiesen, dass mittels eines über die Schicht hinstreichenden Luftstromes die Emanation durch einen Baumwollpfropfen hindurch in den Kondensator getrieben wurde; aktivierte Luft verliert hierbei ihre Wirksamkeit.

Das für die Diffusion der Emanation in Flüssigkeiten geltende Gesetz ist dasselbe, wie für die Wärmeleitung in einem cylindrischen Stabe mit Wärmeabgabe nach aussen:

$$\frac{\partial \varrho}{\partial t} = -\alpha\varrho + k\frac{\partial^2 \varrho}{\partial x^2},$$

wo ϱ die Emanationsdichte im Querschnitt mit Abszisse x, k der Diffusionskoeffizient, α ein Koeffizient, welcher von der Umsetzung der Emanation in sekundäre Aktivität resp. inaktives Gas abhängt.

Durch Versuche von verschieden langer Dauer (2, 4, 7 Tage) wurde festgestellt, dass nach 2 Tagen Aktivierungsdauer ein stationärer Zustand erreicht ist. Ein Integral der Differentialgleichung ist dann

$$\varrho = \varrho_0 e^{-kx}, \text{ wo } \lambda = \sqrt{\frac{\alpha}{k}}.$$

Eine Verschiedenheit des Wertes von λ für die verschiedenen wässrigen Lösungen konnte nicht konstatiert werden. Aus den Diffusionsversuchen wurde gefunden für Wasser $\lambda = 1{,}6\,\mathrm{cm}^{-1}$, für Toluol $\lambda = 0{,}75\,\mathrm{cm}^{-1}$.

Für α gilt das von Curie[1]) und Rutherford[2]) bestimmte Gesetz: $\mathcal{J}_t = \mathcal{J}_0 e^{-\alpha t}$, wo $\mathcal{J}_0$ die Strahlungsintensität des aktivierten Körpers bei Beginn des Versuches, und $\mathcal{J}_t$ die nach t Tagen ist. Dadurch, dass zwei an Inhalt gleiche Pipetten, die beiderseits durch Hähne verschliessbar waren, zur gleichen Zeit gefüllt und ihr Inhalt an verschiedenen Tagen untersucht wurde, fand sich bei Wasser $\alpha = 0{,}17\ \mathrm{Tag}^{-1}$, bei Toluol $\alpha = 0{,}21\ \mathrm{Tag}^{-1}$. α für Wasser stimmt mit dem Werte bei Curie und Rutherford für Luft überein.

Demnach ist der Diffusionskoeffizient bei Wasser $k = 0{,}066\,\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{Tag}}$, bei Toluol $k = 0{,}373\,\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{Tag}}$. Diese Werte sind nur als Annäherungswerte zu betrachten.

Nach Stefan[3]) ist der Diffusionskoeffizient eines Gases in eine Flüssigkeit um so kleiner, je grösser sein Molekulargewicht. Für die Diffusion von CO_2 — Molekulargewicht 44 — in Wasser gilt $k = 1{,}36\,\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{Tag}}$, demnach muss die Emanation ein beträchtliches Molekulargewicht besitzen. Rutherford schloss auf ein solches zwischen 40 und 100 aus ihrer Diffusion in Luft; nach obigen Versuchen scheint die obere Grenze noch höher zu liegen.

1) C. R. **135**, 857, 1902.
2) Phil. Mag. (6) **5**, 445.
3) Wien. Sitzungsber. 77, II, 371, 1878.

(Eingegangen 4. Oktober 1903.)

Bemerkungen zu den Versuchen des Herrn A. Voller über die Frage der Mitwirkung der Erdoberfläche bei der Fortpflanzung elektrischer Wellen.

Von E. Lecher.

Herr A. Voller hat zwei Arbeiten[1]) veröffentlicht, welche sich mit meiner Vermutung[2]) befassen, wonach bei der drahtlosen Telegraphie

1) Diese Zeitschrift **4**, 410 u. 664, 1903.
2) Diese Zeitschrift **3**, 273, 1902; **4**, 320, 1903.

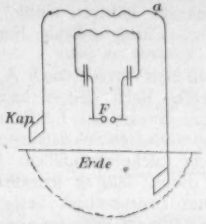
eine wellenförmig sich ausbreitende künstliche Elektrisierung der Erdoberfläche stattfände. Die erste der Vollerschen Publikationen spricht für, die zweite aber — wenigstens teilweise — gegen meine Darstellungsform. Mir erscheinen nun beide Versuchsmethoden nicht einwandsfrei und ich erlaube mir, im folgenden meine Bedenken zum Ausdruck zu bringen.

Einen Zweifel hinsichtlich der ersten Experimente bespricht Herr Voller selbst. Dem möchte ich aber noch hinzufügen, dass die Ausstrahlung einer Seibtschen Spule ins Dielektrikum hinein doch gewaltig von der einer geradlinigen Antenne abweicht und mir daher jede diesbezügliche Vergleichung etwas misslich erscheint.

In der zweiten Arbeit nimmt Herr Voller statt der Antenne eine Erdleitung und findet dann gegenüber der direkten Wirkung mit der Antenne eine beträchtliche Schwächung. Er schliesst daraus, dass der „Wellenfortpflanzung durch Erdleitung für die praktische Telegraphie keine so wichtige Rolle zukommt, als nach den ersten Versuchen der Fall zu sein schien". Ich glaube aber Herrn Vollers Resultate eher im entgegengesetzten Sinne deuten zu sollen. Bei der unter 2. angegebenen Anordnung[1]) hätte ich nämlich eine noch viel verschwindendere Wirkung erwartet.

Es liegt hier am Erdboden ein Brett und unmittelbar darauf steht Primär- und Sekundärleiter samt Kapazität. Wir haben dann (nebenstehende Figur ist der Vollerschen nachgebildet) einen Kondensator, dessen eine Belegung die Kapazität, dessen andere Belegung die Erde darstellt: also ein fast ganz kurz geschlossenes Leitersystem, von dem bei einer Schwingung nur sehr wenig elektrostatische Kraftlinien sich abschnüren können.[2])

Ganz anders natürlich — von der Änderung der Schwingungsdauer nicht zu reden —, wenn in *a* die Erdleitung mit einer Antenne vertauscht wird. In dem ersteren Falle spielt nur die Erde knapp unter dem Brette eine Rolle; denken wir uns einen Teil derselben, in der Figur durch die punktierte Linie umschlossen, mit den darüberstehenden Instrumenten losgelöst und irgendwo weit weg von der übrigen Erde in den freien Raum gesetzt, so wird das die Schwingung gar nicht stören. Ist aber in *a* statt der Erdplatte die Antenne, so könnte das in gleicher Weise von der Erde losgelöste System überhaupt kaum mehr schwingen, weil die ganze Kapazität der Erde fehlte.[1])



Nun fand Herr Voller bei seiner in unserer Figur dargestellten Anordnung eine immerhin noch beträchtliche Wirkung. Das ist nur möglich, weil trotz des Kurzschlusses der elektrostatischen Kraftlinien die Erde eine über Erwarten grosse Streuung von Energie zur Empfangsstation leiten konnte. Eine Deutung dieses Ergebnisses scheint mir nur in der Weise zulässig, dass bei der viel günstigeren Anordnung mit der Antenne die Wellenfortpflanzung durch die Erde für die praktische Telegraphie eine wichtige Rolle spielen dürfte.

Das aber entscheidend zu beweisen oder zu widerlegen, wird nicht leicht fallen, da meine Anschauung in den meisten Fällen mit der alten Vorstellung einer Fortpflanzung im Dielektrikum längs eines Leitungsdrahtes sich deckt. Vielleicht brächte eine Entscheidung am ehesten eine Erprobung im Ballon. Geht die Strahlung vertikal nach aufwärts ebenso, wie längs einer Erd- oder Wasserfläche? Selbstverständlich dürfte der Ballon kein Fesselballon mit leitendem Drahtseile sein und man müsste auch die reflektierende Wirkung der Erdoberfläche in Rechnung ziehen.

Darin stimme ich mit Herrn Voller überein, dass die Inhomogenität der oberen leitenden Erdschichte zu Verzerrungen und Interferenzen führen müsse. Aus diesem Grunde wirkt ja die drahtlose Telegraphie besser über Wasserflächen. Um über weite Erdflächen hinwegzukommen, muss man darum sehr lange Wellen nehmen, wie dies die Gesellschaft Prof. Braun und Siemens & Halske[2]) bei ihren Militärtelegraphen gemacht haben.

1) S. 666.

2) Auch sonst ist diese Anordnung ungünstig: Siehe J. Zenneck, diese Zeitschrift **4**, 656, 1903. — Ebenso hat man in der langen Seibtschen Spule bei Erdung des oberen Endes daselbst einen Knoten.

1) Vergleiche die Überlegungen von Dr. A. Köpsel, welcher einige numerische Daten im Sinne der von mir dargestellten Anschauungsweise erbringt in der Abhandlung: „Spielt die Erde bei der drahtlosen Telegraphie eine wesentliche Rolle?" Dinglers polytechnisches Journal **318** Heft 25, 1903.

2) Elektrotechnische Zeitschrift **24**, 40, 1903.

(Eingegangen 4. Oktober 1903.)

BESPRECHUNGEN.

C. Riborg Mann, **Manual of advanced optics.** (Handbuch der höheren Optik.) 4. 196 S. m. 41 Fig. Chicago, Scott, Foresman & C. 1902.

Ein durch eine Vorrede von A. A. Michelson ausgezeichnetes Buch bedarf keiner weiteren Empfehlung. Es ist ein Leitfaden für einen theoretisch-praktischen Spezialkurs und geeignet, eine merkliche Lücke auszufüllen. Seine Eigenart besteht darin, dass es jedesmal zuerst die Theorie eines Instrumentes bespricht, hieran Aufgaben experimenteller oder messender Natur knüpft, diese erörtert und womöglich mittels durchgerechneter Zahlenbeispiele erläutert. Ich kann mich wesentlich auf eine Inhaltsangabe beschränken, wobei zuerst die Theorie des Instrumentes, hierauf in Klammern die gestellten Aufgaben angeführt werden. Der Stoff zerfällt in: 1. Auflösungsvermögen (prüfe die Gleichung $\sin\vartheta = \lambda/a$; bestimme die Auflösungsgrenze einer Öffnung von der Breite a). 2. Der Doppelschlitz (Messung der Breite eines schmalen Schlitzes). 3. Der Fresnel-Spiegel (Messung von Wellenlängen mit dem Spiegel). 4. Das Fresnel-Doppelprisma (Messung von Wellenlängen mit dem Doppelprisma). 5. Das Michelsonsche Interferometer (Messung der Wellenlänge des Natriumlichtes; bestimme das Verhältnis der Wellenlänge der Natriumlinien D_1 und D_2; bestimme den Brechungsexponenten und das Zerstreuungsvermögen eines Glasstückes; bestimme den durch senkrechte Reflexion an einer Silberoberfläche erzeugten Phasenwechsel). 6. Die Sichtbarkeitskurven (ein ebenso eigentümliches wie interessantes Verfahren, aus der wechselnden Deutlichkeit von Interferenzstreifen auf die Natur der Lichtquelle zu schliessen). (Bestimme die Verteilung in den Kadmium-Linien.) 7. Das Prismenspektrometer (bestimme den Brechungsexponenten eines Prismas; bestimme die Zerstreuungskurve). 8. Totale Reflexion (bestimme den Brechungsexponenten bei totaler Reflexion). 9. Das Beugungsgitter (bestimme die Gitterkonstante; suche das Auflösungsvermögen des Gitters). 10. Das Konkavgitter (bestimme die Gitterkonstante). 11. Polarisiertes Licht (23 einfache Beobachtungen). 12. Drehung der Polarisationsebene (bestimme die Reinheit einer Zuckerprobe). 13. Elliptisch polarisiertes Licht (Analyse der elliptischen Schwingung). 14. Die Reflexion von polarisiertem Licht an homogenen durchsichtigen Substanzen (bestätige das Gesetz von Brewster; bestätige das Reflexionsgesetz von Fresnel). 15. Metallreflexion (bestimme die optischen Konstanten von Silber, Gold und Platin). 16. Das Spektrophotometer (vergleiche die Strahlungen zweier verschiedener Lichtquellen; bestimme die Absorption einer Cyanin-Lösung). 17. Die Entwicklung der optischen Theorie (Emissionstheorie, elastische Theorie, elektrische Theorie). 18. Die Richtung der modernen Optik (Erklärung des Zeeman-Phänomens; Elektronen). Anhang (Lichtquellen; Versilberung optischer Flächen; trigonometrische Funktionen und Logarithmen).

Karl Strehl.

(Eingegangen 13. August 1903).

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Ernannt wurden der o. Professor an der Universität Innsbruck Dr. Wilhelm Wirtinger zum o. Professor der Mathematik an der Universität Wien, der Professor an der Technischen Hochschule in Darmstadt H. Krauss zum o. Professor der mechanischen Technologie an der Technischen Hochschule in Graz, der Ingenieur Schütte, Leiter der Modellversuchsstation des Norddeutschen Lloyds in Bremerhaven, als o. Professor für Schiffsbau an der neuen Technischen Hochschule in Danzig.

An der Universität Wien habilitierte sich Dr. J. Billitzer als Privatdozent für physikalische Chemie.

Professor Abbe-Jena ist von der Geschäftsleitung der Firma Karl Zeiss zurückgetreten. Zum Bevollmächtigten der Karl Zeiss-Stiftung für die Stiftungsbetriebe wurde Dr. Siegfried Czapski ernannt, in die Geschäftsleitung wurde Professor Dr. Rudolf Straubel berufen.

Gestorben sind der Professor und ehemalige Rektor der Technischen Hochschule in Stockholm, G. R. Dahlander, ein hervorragender Fachmann auf dem Gebiete der technologischen Wissenschaft, sowie am 7. Oktober der o. Professor der Mathematik an der Universität Bonn Dr. Rudolf Lipschitz.

Gesuche.

Junger Physiker (Dipl. Fachlehrer), Assistent an der Technischen Hochschule, sucht anderweitige

Assistentenstelle.

Gefl. Offerten unter **F. Z.** an die Expedition.

Städtisches höheres Technisches Institut zu Cöthen-Anhalt.

Physiker

gesucht. Die durch den Tod des bisherigen Inhabers erledigte Stelle eines Dozenten für Physik und Elektrizitätslehre an unserem Institut ist neu zu besetzen.

Die Bewerber haben abgeschlossene akademische Bildung nachzuweisen. Zeugnisabschriften, Lebensbeschreibung, Referenzen sind mit Angabe der Gehaltsforderungen an den Unterzeichneten einzusenden.

Cöthen-Anhalt, den 17. Oktober 1903.

Der Direktor des Städtischen Höheren Technischen Instituts Cöthen.
Dr. A. von Wurstemberger.

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 26b. 24. Oktober 1903. 4. Jahrgang.
Redaktionsschluss für No. 27 am 28. Oktober 1903.

INHALT.

75. Versammlung deutscher Naturforscher u. Ärzte zu Kassel, vom 20. bis 26. September 1903. S. 725.

Vorträge und Diskussionen von der 75. Naturforscherversammlung zu Kassel:

H. Rubens, Versuche mit Reststrahlen von Quarz und Flussspat. S. 726.
H. Rubens, Die optischen und elektrischen Eigenschaften der Metalle. Nach gemeinschaftlich mit Herrn E. Hagen angestellten Versuchen. S. 727.
W. Nernst, Über die Bestimmung hoher Temperaturen. S. 733.
P. Drude, Demonstration einiger Messapparate für elektrische Schwingungen. S. 734.
H. Th. Simon, Über die Erzeugung hochfrequenter Wechselströme und ihre Verwendung in der drahtlosen Telegraphie. Nach Versuchen mit Herrn M. Reich. S. 737.
F. Neesen, Über die Lage der Beeinflussung von Kathodenstrahlen. S. 742.
F. Neesen, Vorführung einer doppelt wirkenden Quecksilberluftpumpe. S. 743.
A. Classen, Fresnelsche Interferenzen von planparallelen Platten als Vorlesungsversuch. S. 743.
R. Wachsmuth, Schneidentöne und Labialpfeifen. S. 743.
E. Grimsehl, Analyse und Synthese von Schwingungen. S. 748.
E. Zschimmer, Über neue Glasarten von gesteigerter Ultraviolett-Durchlässigkeit. S. 751.
C. Runge, Über die spektroskopische Bestimmung des Atomgewichts. S. 752.
E. Grimsehl, Neue physikalische Unterrichtsapparate. S. 754.
L. Prandtl, Zur Torsion von prismatischen Stäben. S. 758.
O. Thilo, Die Bedeutung der technischen Wissenschaften für den Naturforscher. S. 759.
P. Ostmann, Über die Anwendung des objektiven Hörmasses. S. 764.

Referate über den gegenwärtigen Stand der Mechanik:

K. Schwarzschild, Über Himmelsmechanik. S. 765.
A. Sommerfeld, Die naturwissenschaftlichen Ergebnisse und die Ziele der modernen technischen Mechanik. S. 773.
O. Fischer, Physiologische Mechanik. S. 782.
W. Ramsay, Einige Betrachtungen über das periodische Gesetz der Elemente. S. 793.

Besprechungen:

H. Bohn, Physikalische Apparate und Versuche einfacher Art aus dem Schäffer-Museum. S. 794.
P. Güssfeldt, Grundzüge der astronomisch-geographischen Ortsbestimmungen auf Forschungsreisen. S. 795.
K. Schreber, Die Theorie der Mehrstoffdampfmaschinen. S. 795.
A. Helfenstein, Die Energie und ihre Formen. S. 796.
C. Pizzighelli, Die photographischen Prozesse. S. 796.

75. Versammlung deutscher Naturforscher und Ärzte zu Kassel, vom 20. bis 26. September 1903.

Von der Stadt Kassel und den einführenden Komitees aufs beste vorbereitet und, wie gewöhnlich, vom herrlichsten Wetter begünstigt, hat die Versammlung einen wohlbefriedigenden Verlauf genommen. Auch diesmal fehlten nicht die, wie es scheint, unvermeidlichen paar Kilo Festschrift, die die Stadt Kassel den Teilnehmern überreichte, um sie zu den übrigen zu legen.

In der allgemeinen Eröffnungssitzung am Montag hielt nach den Eröffnungsansprachen Professor Ladenburg-Breslau seinen Vortrag über den Einfluss der Naturwissenschaften auf die Weltanschauung, der seitdem in weiten Kreisen Wellen der Erregung geschlagen hat; Professor Th. Ziehen-Utrecht sprach über physikalische Psychologie der Gefühle und Affekte.

Die zweite allgemeine Schlusssitzung am Freitag den 25. September wurde durch die Vorträge von:

1. W. Ramsay-London: Einige Betrachtungen über das periodische Gesetz der Elemente,
2. H. Griessbach-Mühlhausen: Über den Stand der Schulhygiene,
3. E. v. Behring-Marburg: Über die Tuberkulose-Bekämpfung,

und die Schlussansprachen ausgefüllt.

Die gemeinschaftliche Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe am Mittwoch den 24. war drei Referaten über den gegenwärtigen Stand der Mechanik gewidmet:

1. K. Schwarzschild-Göttingen: Über Himmelsmechanik,
2. A. Sommerfeld-Aachen: Die naturwissenschaftlichen Ergebnisse und die Ziele der modernen technischen Mechanik,
3. O. Fischer-Leipzig: Physiologische Mechanik,

an die sich eine angeregte Diskussion anschloss.

Die drei Vorträge nebst der Diskussion sind unten abgedruckt.

Für die physikalische Abteilung 2 speziell war von dem Einführenden, Herrn Professor Merkelbach-Kassel, aufs beste gesorgt. Die Zahl der anwesenden Physiker war erfreulich gross, namentlich aus der jüngeren Physiker-Generation. Die Teilnahme an den Sitzungen war sehr lebhaft, die offizielle und nichtoffizielle Thätigkeit der Abteilung äusserst angeregt, der persönliche Verkehr allenthalben herzlich und ergiebig. Man spürte auch bei dieser Zusammenkunft den frischen Zug, der heute in der Physik weht, durch den es für einen jeden, der Beruf, Kraft und Zeit hat, der Entwickelung der Physik zu folgen, gegenwärtig eine Lust ist zu leben.

Folgende Vorträge wurden gehalten und meist lebhaft diskutiert:

Am 21. September nachmittags unter dem Vorsitz des Herrn Professor Dr. Merkelbach-Cassel:

1. H. Rubens-Charlottenburg: Versuche mit Reststrahlen von Quarz und Flussspat.
2. H. Rubens-Charlottenburg: Die optischen und elektrischen Eigenschaften der Metalle. Nach gemeinschaftlich mit Herrn E. Hagen angestellten Versuchen.
3. W. Nernst-Göttingen: Über die Bestimmung hoher Temperaturen.
4. Petzold-Chemnitz: Projektion von Diapositiven mit stereoskopischer Wirkung.

Am 22. September nachmittags unter dem Vorsitz des Herrn Professor Dr. Pringsheim-Berlin:

1. P. Drude-Giessen: Demonstration einiger Messapparate für elektrische Schwingungen.
2. H. Th. Simon-Göttingen: Über die Erzeugung hochfrequenter Wechselströme und ihre Verwendung in der drahtlosen Telegraphie. Nach Versuchen mit Herrn M. Reich.
3. F. Neesen-Berlin: Über die Lage der Beeinflussung von Kathodenstrahlen.
4. F. Neesen-Berlin: Vorführung einer doppelt wirkenden Quecksilberluftpumpe.
5. A. Classen-Hamburg: Fresnelsche Interferenzen von planparallelen Platten als Vorlesungsversuch.

Am 23. September nachmittags unter dem Vorsitz des Herrn Professor Dr. Lecher-Prag:

1. R. Wachsmuth-Rostock: Schneidentöne und Labialpfeifen.
2. E. Grimsehl-Hamburg: Analyse und Synthese von Schwingungen.
3. E. Zschimmer-Jena: Über neue Glasarten von gesteigerter Ultraviolett-Durchlässigkeit.
4. F. Martens-Berlin: Demonstration zweier Photometer.
5. Pasche-Bern: Über ein Verfahren zur Elimination der Sekundärstrahlung in der Röntgentechnik.

Zu einer Anzahl physikalisch interessanter Vorträge war die Abteilung von anderen Abteilungen eingeladen.

Mit besonderem Danke wurde es begrüsst, dass Herr Rubens der Versammlung durch seine vortrefflichen Demonstrationen einmal die ganze Reihe seiner Reststrahlenversuche bis zu den neuesten so wichtigen Ergebnissen über die Reflexion und Absorption der Metalle vorführte. Er hat dadurch in weitem Kreise gezeigt, dass sich die wichtigen Versuche ohne besonders grosse und kostbare Hilfsmittel im Rahmen der Experimentalvorlesung sehr erfolgreich vorführen und verwerten lassen, und es ist anzunehmen und zu wünschen, dass sie thatsächlich von nun an in das Inventar derselben allenthalben aufgenommen werden. Auch von Professor Drudes Versuchen ist für das Gebiet der elektrischen Schwingungen dasselbe zu sagen.

Zum Versammlungsort der nächstjährigen Tagung ist Breslau bestimmt worden.

Anschliessend an den Kongress war auch diesmal eine sehr schöne und reichhaltige Ausstellung von physikalischen und medizinischen Apparaten veranstaltet. Das Interesse der Physiker nahm vor allen Dingen die Abteilung Zeiss-Jena in Anspruch, einmal durch die dort vorgeführte Sichtbarmachung ultra-mikroskopischer Teilchen nach Siedentopf und Zsygmondy, dann durch die ultraviolett durchlässigen Gläser von Schott & Genossen, dem grossen, für photogrammetrische Zwecke eingerichteten Stereokomparator nach Pulfrich und viele andere Darbietungen.

Am Freitag, 25. September, folgten die meisten Teilnehmer der physikalischen Abteilung einer Einladung der Göttinger Fachgenossen zur Besichtigung der dortigen Institute nach Göttingen, am Samstag, 26. September, einer entsprechenden Einladung der Marburger Fachgenossen nach Marburg.

H. Th. Simon.

VORTRÄGE UND DISKUSSIONEN VON DER 75. NATURFORSCHERVERSAMMLUNG ZU KASSEL.

H. Rubens (Charlottenburg), Versuche mit Reststrahlen von Quarz und Flussspat.[1])

Die Versuche, die ich Ihnen heute vorführen möchte, beziehen sich auf eine Arbeit, die ich vor einigen Jahren mit Hrn. E. F. Nichols zusammen ausgeführt habe. Diese Versuche sind, soweit mir bekannt, in anderen Laboratorien noch nicht wiederholt worden, weil man ihre Ausführung vielfach für schwierig und nur mit besonders grossen Mitteln für durchführbar hält. Ich kann diesem Vorurteil nicht besser begegnen, als, indem ich diese Experimente hier in einem Raume anstelle, der eigentlich nicht für physikalische Versuche eingerichtet ist und mit Instrumenten, wie sie fast jedem Laboratorium zur Verfügung stehen.

Als ein Mittel, Strahlen von grosser Wellenlänge zu erhalten, hat sich die metallische Reflexion, welche viele Körper im Ultrarot zeigte, erwiesen. Aus Dispersionsbeobachtungen lassen sich die Wellenlängen bestimmen, für welche eine Substanz metallische Reflexion besitzt. Bei Quarz z. B. ergeben sie sich nach dieser Methode zu 9 bis 10 μ, bei Flussspat zu ca. 30 μ, bei Steinsalz zu ca. 60 μ, bei Sylvin zu angenähert 70 μ.

Lässt man die Gesamtstrahlung einer Lichtquelle an mehreren Spiegeln aus einer solchen Substanz reflektieren, so erleiden die dem Absorptionsstreifen entsprechenden Strahlen nur einen geringen Energieverlust, während die anderen sehr schwach (mit ca. 3 Proz.) reflektiert werden, so dass man für die langen Wellen einen erheblichen Verstärkungsfaktor erhält. Schon nach 3 Reflektionen können wir ziemlich reine metallisch reflektierende Strahlen übrig haben. Wieviel Reflektionen nötig sind, hängt von der Art der Wärmequelle ab. Sehr reich an Strahlen grosser Wellenlänge ist der Auerstrumpf. Dass er auch im Verhältnis zur Gesamtstrahlung reich an Lichtstrahlen ist, steht hiermit nicht in Widerspruch, da die gewöhnlichen Wärmestrahlen, die den Hauptbestandteil anderer Strahlungsquellen bilden, in ihm sehr schwach sind.

Ich habe hier Reststrahlen von Quarz und von Flussspat aufgebaut. Beim Quarze haben wir 2 Maxima, ein doppeltes nahe bei 9 μ und ein einfaches bei 21 μ. Das letztere können wir durch Einschaltung einer Steinsalzplatte, welche diese Strahlen absorbiert, eliminieren. Zu dem Versuch verwende ich hier einen Auerbrenner, hier ist ein doppelwandiger Schirm, hier drei Quarzstücke, hier ein Silberspiegel, der die Strahlen hier auf eine Thermosäule wirft. Diese von mir jetzt benutzten Thermosäulen sind, absolut genommen, nicht so empfindlich, wie die alten Nobilischen, gestatten aber die Anwendung eines sehr empfindlichen Galvanometers, das sehr schnell in die Ruhelage zurückkehrt. Eine andere Erleichterung besteht darin, dass man nicht reines Material für die reflektierenden Flächen zu verwenden braucht, wie ich es bei meinen ersten Versuchen that. Es hat sich herausgestellt, dass dies gar nicht nötig ist. Eine vollkommen verwachsene, fast undurchsichtige Flussspatplatte reflektiert die Reststrahlen ebenso stark wie eine Platte aus völlig fehlerfreiem, wasserhellem Flussspat. Hier dieses grünliche Stück Flussspat z. B. reflektiert bei 31,6 μ mehr als 90 Proz., also mehr als ein ganz reiner Silberspiegel im Violett. Auch eine

1) Abteilung 2, am 21. Sept. 1903.

sehr grosse Ebenheit und feine Politur ist nicht notwendig; denn die Wellenlänge, auf die es hier ankommt, ist so gross, dass selbst eine Politur, die man ohne Schwierigkeit selbst herstellen kann, so gut ist, als sie bei Glas für Lichtwellen irgend sein kann. Thatsächlich hat sich nun für die Wellenlänge des Maximums der Reststrahlung bei Steinsalz 51 μ, bei Sylvin 61 μ mit Hilfe des Beugungsgitters ergeben, also etwas kleinere Werte, als aus der Dispersion berechnet waren. Das von Hrn. Aschkinass und mir hierzu benutzte Gitter besteht aus $^1/_3$ mm dicken Silberdrähten, und Beugungserscheinungen bei Lichtstrahlen sind, wie Sie sehen, damit kaum zu beobachten. Bei diesen Strahlen aber beträgt der Beugungswinkel schon ca. 10^0.

Nun komme ich zu der Ausführung der Versuche. Dazu ist es notwendig, die Lichtquelle zu definieren, und zwar geschieht dies am besten durch die Absorption, welche einige Substanzen für ihre Strahlen zeigen. Ich habe dazu 4 Stoffe gewählt: eine Quarzplatte, eine Flussspatplatte, eine Steinsalzplatte und eine Paraffinplatte. Die Versuche werden nun zuerst für die Gesamtstrahlung ausgeführt, dann für die Reststrahlen von Quarz und endlich für die Reststrahlen von Flussspat.

Wir beobachten, dass für die Gesamtstrahlung des Auerbrenners Steinsalz und Flussspat nahezu vollkommen durchlässig sind, die Quarzplatte etwa die Hälfte absorbiert und die Paraffinplatte kaum merkliche Durchlässigkeit zeigt. — Die Reststrahlen von Quarz gehen zwar durch Steinsalz noch fast ungeschwächt hindurch, aber Flussspat zeigt hier schon sehr merkliche Absorption und Quarz ist völlig undurchlässig. Auch Paraffin absorbiert noch immer sehr stark. — Für die Reststrahlen von Flussspat endlich sind Steinsalz, Flussspat und Quarz in der angewandten Schichtdicke bereits vollkommen undurchlässig. Dagegen gehen diese Strahlen durch Paraffin leicht hindurch; die eingeschaltete Platte absorbiert nicht mehr als 30 Proz. der auffallenden Strahlung.

Bei den Reststrahlen von Flussspat beginnt die Intensität der Strahlung etwa bei 22 μ, erreicht schnell ein Maximum bei $\lambda = 24\ \mu$, fällt dann ab, und zeigt bei 31,6 μ ein zweites Maximum, das um so deutlicher hervortritt, je mehr reflektierende Flächen man benutzt. Die mittlere Wellenlänge dieses ganzen Strahlenkomplexes liegt etwa bei 25,5 μ. Die Empfindlichkeit des hier angewendeten Galvanometers ist keine sehr hohe; eine Verschiebung des Lichtzeigers um einen Skalenteil entspricht etwa einem Strome von $^1/_{50}$ Milliontel Ampère; der innere Widerstand des Instruments ist ca. 2 Ohm.

Ausser durch Paraffin gehen diese Strahlen auch durch Kautschuk und andere gute Isolatoren, wie Benzol, Xylol, Schwefelkohlenstoff, Petroleum etc. in erheblichem Masse hindurch. Es zeigt sich hierin bereits der elektromagnetische Charakter dieser Strahlen. Dieser tritt freilich noch besser hervor, wenn man zu grösseren Wellenlängen, etwa zu den Reststrahlen von Steinsalz und Sylvin übergeht. Die Maxwellsche Beziehung $n = \sqrt{K}$ stimmt für diese Strahlen bei vielen Stoffen, bei welchen die Prüfung im sichtbaren Gebiet versagt. Ebenso zeigt sich noch deutlicher, dass gute Isolatoren für solche Strahlen durchsichtig sind. Drittens möchte ich daran erinnern, dass es gelungen ist, mit langwelligen Wärmestrahlen elektrische Resonanzerscheinungen hervorzurufen.

Mit Hilfe dieser Wärmestrahlen von grosser Wellenlänge war man also imstande, nach verschiedenen Richtungen hin den Anschluss an die elektrische Strahlung zu erreichen, wie dies die Maxwellsche Theorie verlangt. Freilich ist dies bis vor kurzem nur bezüglich der Isolatoren gelungen, während die optischen Eigenschaften der Leiter, insbesondere der Metalle mit den elektrischen nicht in Übereinstimmung zu bringen waren. Dieser Gegenstand ist in dem folgenden Vortrag ausführlich behandelt.

H. Rubens (Charlottenburg), Die optischen und elektrischen Eigenschaften der Metalle. Nach gemeinschaftlich mit Herrn E. Hagen angestellten Versuchen. [1])

Dass die Maxwellsche Theorie in ihrer ursprünglichen Form nicht genügt, um die optischen Eigenschaften der Metalle darzustellen, dass vielmehr die optischen und elektrischen Eigenschaften dieser Körper vom Standpunkt jener Theorie aus einen scharfen Gegensatz bilden, ist mehrfach, insbesondere von den Herren E. Cohn und P. Drude ausgesprochen worden. Kundt hat durch Prismenversuche nachgewiesen, dass sich die Brechungsexponenten der Metalle für rotes Licht in dieselbe Reihe ordnen lassen wie die spezifischen Widerstände. Nach der Maxwellschen Theorie müsste die Reihenfolge gerade die umgekehrte sein. Ebensowenig sind die durch die Theorie geforderten Beziehungen erfüllt, welche die Durchsichtigkeit und das Reflexionsvermögen der Metalle im sichtbaren Gebiet betreffen. Dagegen lösen sich diese Widersprüche, wenn man zu längeren Wellen, d. h. zu dem ultraroten Spektrum übergeht. Bereits im Jahre 1889 habe ich darauf hingewiesen, dass im

1) Abteilung 2, am 21. Sept. 1903. — Vgl. Berl. Ber. 269 u. 410, 1903, und Ann. d. Phys. 11, 873, 1903.

ultraroten Spektrum die guten Leiter für Wärme und Elektrizität (*Ag*, *Cu*, *Au*) ein höheres Reflexionsvermögen zeigen als die schlechten Leiter (*Pt*, *Ni*, *Fe*). Ferner haben Prof. Hagen und ich vor kurzem feststellen können, dass Platin und insbesondere Wismut, welche im sichtbaren Spektralgebiet, trotz ihres schlechten Leitvermögens erheblich undurchsichtiger sind als Silber und Gold, im Ultraroten diese Metalle an Durchlässigkeit weit übertreffen, so dass im Gebiet längerer Wellen für die Extinktionskoeffizienten dieser Metalle die von der Maxwellschen Theorie verlangte Reihenfolge besteht. Zur Erläuterung dieser Thatsache dient folgender Versuch: Auf 2 dünnen Quarzplatten von gleicher Dicke ist ein blau durchsichtiger Silberspiegel und ein fast undurchsichtiger Wismutspiegel durch Kathodenzerstäubung niedergeschlagen. Trotz seiner Undurchsichtigkeit erweist sich die Wismutschicht für den langwelligeren Teil der von einer Auerlampe ausgehenden Wärmestrahlen durchlässig, während das durchsichtige Silber nahezu alles absorbiert (Demonstration).

Da sich jedoch nur wenige Metalle in hinreichend dünnen Schichten von gleichmässiger Dicke herstellen lassen und da es insbesondere an geeigneten diathermanen Trägern für diese Metallschichten fehlt, haben wir unsere Absorptionsversuche nicht weiter fortgesetzt, sondern wir haben die Bestimmung des Reflexionsvermögens der Metalle für lange Wellen zum Gegenstand unserer Untersuchung gemacht. Die elektromagnetische Lichttheorie liefert unter gewissen für die Metalle hinreichend erfüllten Voraussetzungen für das Reflexionsvermögen R, ausgedrückt in Prozenten der auffallenden Strahlung, zum Ausdruck:

$$R = 100 - \frac{200}{\sqrt{A\tau}}$$

A bedeutet darin das elektrische Leitvermögen des betreffenden Metalls in absoluten elektrostatischem Mass und τ die Schwingungsdauer in Sekunden. Diese Gleichung ist von den Herren P. Drude, M. Planck und anderen abgeleitet worden. Führt man statt der Schwingungsdauer τ die Wellenlänge λ (in μ gemessen) ein und statt des absoluten elektrostatischen Leitvermögens A die Leitfähigkeit x, d. h. den reziproken Wert des Widerstands, gemessen in Ohm, den ein Leiter aus dem betreffenden Material bei 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt haben würde, so folgt:

$$R = 100 - \frac{36{,}5}{\sqrt{x \cdot \lambda}}$$

und für die in die Metalle eindringende Intensität $100 - R$:

$$100 - R = \frac{36{,}5}{\sqrt{x \cdot \lambda}}$$

$$(100 - R)\sqrt{x} = \frac{36{,}5}{\sqrt{\lambda}} = C_\lambda$$

d. h. das Produkt aus dem Eindringungskoeffizienten $(100 - R)$ und der Wurzel aus der Leitfähigkeit x ist eine von der Natur des Metalls unabhängige, nur von der Wellenlänge der Strahlung abhängige Grösse.

Unser Verfahren zur Untersuchung des Reflexionsvermögens ist in der beistehenden Skizze,

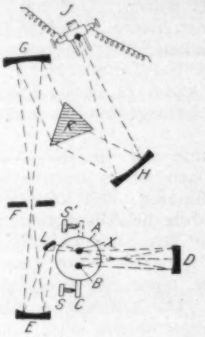


Fig. 1.

Fig. 1, veranschaulicht. Wir haben hier ein kleines Drehtischchen A; dieses enthält etwas exzentrisch eine kleine Nernstsche Glühlampe B. Wenn man das Drehtischchen um 180° herumlegt, was mit Hilfe eines Armes C und zweier Stellschrauben S und S' schnell und genau geschehen kann, dann rückt die Nernst-Glühlampe genau an die Stelle (X), welche vorher ihr von dem Hohlspiegel D erzeugtes Spiegelbild inne hatte, für den das Reflexionsvermögen gemessen werden soll. Die Intensität der von X ausgehenden Strahlen unterscheidet sich in beiden Stellungen der Nernstlampe, da Bild und Gegenstand gleichgross sind, nur um das Reflexionsvermögen des Metalles, aus welchem der Hohlspiegel D hergestellt ist. Von X ab ist der Strahlengang in beiden Fällen, d. h. bei beiden Stellungen der Nernst-Lampe, derselbe. Durch einen Planspiegel L und einen Hohlspiegel E werden die Strahlen auf dem Spalte eines Spektrometers $FGH\mathcal{J}$ vereinigt, welches statt der Linsen mit Hohlspiegeln G und H versehen ist. K ist ein Sylvinprisma. Man sieht, dass die Anordnung so getroffen ist, dass die von der Nernst-Lampe ausgehenden Strahlen bis zu ihrer Wiedervereinigung auf der Thermosäule $\mathcal{J}$ keinen festen Körper zu durchdringen brauchen, mit Ausnahme des Prismas K. Vergleicht man für eine beliebige Wellenlänge die Ausschläge, welche die Thermosäule in den beiden Stellungen der Nernst-Lampe liefert, so ergiebt sich daraus ohne weiteres das Reflexions-

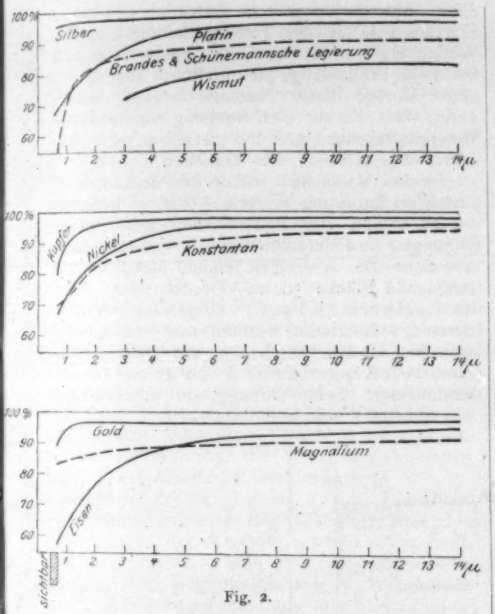


Fig. 2.

vermögen des Spiegels D für diese Wellenlänge. Derartige Messungen haben wir an 14 Stellen des ultraroten Spektrums bis zur Wellenlänge $\lambda = 14\,\mu$ für viele Metalle und für eine ganze Reihe von Legierungen und Spiegelmetallen, von denen auch das Leitungsvermögen bekannt war, durchgeführt. Unsere Ergebnisse sind in der beistehenden Kurventafel, Fig. 2, dargestellt. Die Wellenlängen sind darin als Abszissen, die Reflexionsvermögen als Ordinaten aufgetragen. Der Verlauf der Kurven ist überraschend einfach. Sie erheben sich sämtlich mit wachsender Wellenlänge zu immer grösserem Reflexionsvermögen, so dass der Schluss berechtigt erscheint, dass alle Metalle und Legierungen für unendlich lange Wellen die auffallende Strahlung vollkommen ungeschwächt zurückwerfen. In allen drei Zeichnungen wird die obere Grenze durch die wagerechte Linie gebildet, welche dem Reflexionsvermögen 100 Proz. entspricht. Der grosse Wellenlängenbereich, welcher in den Zeichnungen dargestellt werden soll, bedingt es, dass das sichtbare Gebiet nur eine sehr geringe Breite, etwa $^1/_{30}$ des Ganzen, einnimmt. Im Gebiete langer Wellen liegt die Kurve des Silbers am höchsten. Es folgen die Kurven von Kupfer, Gold, Platin, Nickel, Eisen, die Kurven der Legierungen und endlich die des Wismuts.

Betrachten wir den Eindringungskoeffizienten $(100 - R)$, so zeigt sich, dass diese Grösse für lange Wellen der Quadratwurzel aus dem elektrischen Leitvermögen umgekehrt proportional wird. Wir wollen diesen Vergleich für einige Wellenlängen des ultraroten Spektrums vornehmen. Wir haben dazu $\lambda = 4\,\mu$, $\lambda = 8\,\mu$ $\lambda = 12\,\mu$ gewählt. Alle wesentlichen Angaben sind in der folgenden Tabelle enthalten.

In der ersten Spalte sind die Metalle Silber, Kupfer, Gold, Platin, Nickel, Stahl, Wismut und eine Anzahl Legierungen von sehr verschiedenem Leitvermögen aufgeführt.

Die zweite Spalte enthält die Wurzeln aus

Tabelle I.

	Leitvermögen $\varkappa_{18}$	$\sqrt{\varkappa_{18}}$	$\lambda = 4\,\mu$ $(100-R)$	$\lambda = 4\,\mu$ $C_4 = (100-R)\sqrt{\varkappa_{18}}$	$\lambda = 8\,\mu$ $(100-R)$	$\lambda = 8\,\mu$ $C_8 = (100-R)\sqrt{\varkappa_{18}}$	$\lambda = 12\,\mu$ $(100-R)$	$\lambda = 12\,\mu$ $C_{12} = (100-R)\sqrt{\varkappa_{18}}$
Silber	61,4	7,85	1,9	14,9	1,25	9,8	1,15	9,0
Kupfer	57,2	7,56	2,7	20,6	1,4	10,6	1,6	12,1
Gold	41,3	6,43	3,4	21,9	2,7	17,4	2,15	13,8
Platin	9,24	3,04	8,5	25,8	4,6	14,0	3,5	10,6
Nickel	8,5	2,92	8,2	23,9	4,65	13,6	4,1	12,0
Stahl	5,02	2,24	12,2	27,3	7,0	15,7	4,9	11,0
Wismut	0,84	0,916	(24,8)	(22,7)	(18,5)	(16,9)	(17,8)	(16,3)
Patentnickel P	3,81	1,95	7,9	15,4	7,5	14,6	5,7	11,1
Patentnickel M	2,94	1,71	8,6	14,8	6,5	11,1	7,0	12,0
Konstantan	2,04	1,43	11,7	16,7	7,3	10,6	6,0	8,6
Rossesche Legierung	2,07	1,44	11,5	16,6	9,0	13,0	7,1	10,2
Brandes und Schünemannsche Legierung	1,48	1,22	12,9	15,7	10,2	12,3	9,1	11,1
Mittelwert von C für 4, 8, 12 μ	—	—	—	$C_4 = 19,4$	—	$C_8 = 13,0$	—	$C_{12} = 11,0$
Mittlere Abweichung δ vom Mittelwert von C	—	—	—	$\delta_4 = 21,0\,\%$	—	$\delta_8 = 14,5\,\%$	—	$\delta_{12} = 9,6\,\%$
Theoretischer Wert von C' berechnet $C' = \frac{36 \cdot 5}{\sqrt{\lambda}}$	—	—	—	$C_4' = 18,25$	—	$C_8' = 12,90$	—	$C_{12}' = 10,54$

den Leitvermögen x. In 3 weiteren Doppelspalten sind nun die Eindringungskoeffizienten $(100 - R)$ und die Produkte $C_\lambda = (100 - R)\sqrt{x}$ für die Wellenlängen $\lambda = 4\,\mu$, $\lambda = 8\,\mu$ und $\lambda = 12\,\mu$ angegeben.

Die Produkte $(100 - R)\sqrt{x}$ schwanken bei $\lambda = 4\,\mu$ mit einer mittleren Abweichung von 21 % um den Mittelwert $C_4 = 19{,}4$. Bei $\lambda = 8\,\mu$ ist die mittlere Abweichung der einzelnen Produkte vom Mittelwert $C_8 = 13{,}0$ noch 14,5 %. Bei $\lambda = 12\,\mu$ endlich ist die mittlere Abweichung nur noch 9,6 %, der Betrag des Mittelwerts $C_{12} = 11{,}0$. Hierbei sind die für Wismut erhaltenen Werte nicht mit berücksichtigt worden. Dieses Metall folgt der für die anderen Metalle gefundenen Gesetzmässigkeit nicht; sein Reflexionsvermögen ist im Ultrarot noch erheblich geringer, als man dies nach seinem schlechten Leitvermögen erwarten sollte.

Die Tabelle I zeigt aber nicht nur, dass in der That das Produkt $(100 - R)\sqrt{k}$ im Gebiet grösserer Wellenlängen mehr und mehr von der Natur des Metalls unabhängig wird. Auch der absolute Betrag dieses Produkts und seine Abhängigkeit von der Wellenlänge ergeben sich mit der Maxwellschen Theorie in vollkommener Übereinstimmung: Nach der elektromagnetischen Lichttheorie ist

$$C_\lambda = \frac{36 \cdot 5}{\sqrt{\lambda}}$$

d. h. für 4 μ: $C_\lambda = 18{,}25$
für 8 μ: $C_\lambda = 12{,}90$
für 12 μ: $C_\lambda = 10{,}54$

Diese berechneten Zahlen sind mit den beobachteten Mittelwerten innerhalb der Fehlergrenzen identisch. Es folgt aus der Genauigkeit, mit welcher sich das optische Verhalten der Metalle den Forderungen der elektromagnetischen Lichttheorie anpasst, dass bei diesen Substanzen die molekularen Eigenschwingungen, welche die Maxwellsche Theorie in ihrer ursprünglichen, hier verwendeten Gestalt nicht berücksichtigt, bereits bei $\lambda = 4\,\mu$ keine wesentliche Rolle mehr spielen.

Es war zu erwarten, dass beim Übergang zu noch grösseren Wellenlängen die beobachteten Gesetzmässigkeiten noch deutlicher hervortreten würden. Wir haben deshalb unsere Untersuchung unter Benutzung der Reststrahlen von Flussspat fortgesetzt. Bei dieser grossen Wellenlänge ist indessen das Reflexionsvermögen sämtlicher Metalle und Legierungen nur noch so wenig von 100 Proz. verschieden, dass es nicht vorteilhaft ist, den Eindringungskoeffizienten $(100 - R)$, auf welchen es hier allein ankommt, aus dem Reflexionsvermögen zu ermitteln. Ein hierzu viel geeigneteres Mittel liefert die Untersuchung der Emission. Durch Vergleichung der Emission einer blanken Metallfläche mit derjenigen eines absolut schwarzen Körpers von gleicher Temperatur für dieselbe Wellenlänge erhält man die Grösse $(100 - R)$ für diese Wellenlänge unmittelbar. Ein besonderer Vorteil dieser Methode besteht ferner darin, dass die zur Untersuchung verwendeten Metallplatten nur blank und metallisch rein, aber keineswegs eben zu sein brauchen.

Zu den Versuchen wurde ein drehbar aufgestellter, kupferner Kasten A (Fig. 3) benutzt, der an seinen vier Seitenflächen mit runden Öffnungen und Verschraubungen versehen war, in welche die zu vergleichenden Metallplatten (strahlende Fläche 50 mm Durchmesser), bez. der „schwarze Körper", eingesetzt werden konnten. Letzterer bestand aus einem mit konischen Enden versehenen, mit Mattlack geschwärzten Kupfercylinder B von 47 mm Innendurchmesser. Seine Öffnung am einen Ende

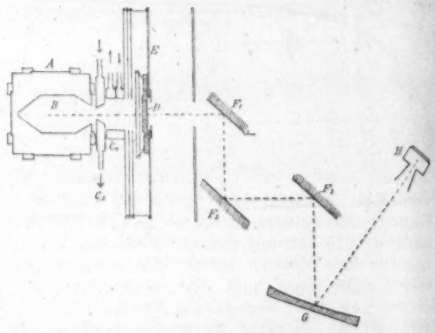


Fig. 3.

war 22 mm weit. Als Heizflüssigkeit, welche obigem zufolge die zu erhitzenden Flächen direkt umspülte, diente Anilin. Die Heizung geschah elektrisch mittels einer in den Kupferkasten eingebauten Heizspirale aus Konstantanband. Die Temperatur wurde in der Regel auf 170° gehalten. Der Heizkasten wurde vor einem wassergespülten Diaphragma C_1 bez. C_2 aufgestellt, hinter dem sich ein auf Zimmertemperatur gehaltener Klappschirm D befand. Wurde letzterer gehoben, so fiel die zu messende Strahlung nacheinander auf drei bez. vier in passender Lage aufgestellte Flussspatflächen F_1, F_2, F_3, wurde an ihnen reflektiert und gelangte dann auf einen grossen, vorn versilberten Hohlspiegel G, der sie auf eine Rubenssche Thermosäule H konzentrierte. Von der Gesamtemission wurden dadurch die etwa der Wellenlänge 25,5 μ entsprechenden Flussspatreststrahlen ausgesondert.

Da eine direkte Vergleichung der Strahlungen der Metallflächen mit der des erwähnten

schwarzen Körpers wegen der verschiedenen Grösse der strahlenden Fläche beider unmöglich war, so musste dabei folgendes Verfahren eingeschlagen werden. Es wurde in eine der Öffnungen des Heizkastens eine dünne, berusste Kupferscheibe eingesetzt und ihr dicht anliegend eine 5 cm grosse Scheibe aus mikroskopischem Deckglas. Sodann wurde das Verhältnis der Strahlungsintensität des schwarzen Körpers zu der der Glasplatte unter Benutzung des kleinen, wassergespülten Diaphragmas C_2 (14 mm Durchmesser) ermittelt. Der gefundene Wert ergab sich zu 1,29. Für alle weiteren Versuche wurde dann stets die Strahlungsintensität der verschiedenen Metallflächen mit der der gedachten Glasplatte unter Verwendung des 32 mm grossen, runden Diaphragmas C_1 verglichen. Die so erhaltenen Verhältniszahlen brauchten alsdann nur noch durch 1,29 dividiert zu werden, um auf diese Weise unmittelbar den Vergleich mit der absolut schwarzen Strahlung zu ergeben. In dieser Weise sind die in der nachstehenden Tab. 2 aufgeführten Zahlen erhalten.

Der Inhalt der Tabelle 2 lässt die Übereinstimmung unserer Beobachtungen mit den Forderungen der Maxwellschen Theorie deutlich hervortreten. Von den 20 untersuchten Metallen und Legierungen zeigen 19 innerhalb der Fehlergrenzen das aus der Leitfähigkeit berechnete Emissionsvermögen, wie aus Spalte 6 und 7 hervorgeht. Nur das Wismut macht wieder eine Ausnahme. In gleicher Weise zeigt die relativ gute Konstanz des Produkts $(100-R)\sqrt{x} = C$, das Vorhandensein der erwähnten Gesetzmässigkeit. Das Gesamtmittel der Produkte ergiebt sich zu 7,35, die mittlere Abweichung der einzelnen Produkte von diesem Werte beträgt hier weniger als 5 Proz. Für die Konstante C_1 liefert die Maxwellsche Theorie für $\lambda = 25{,}5\ \mu$ den Wert

$$C_{25{,}5} = \frac{36.5}{\sqrt{25{,}5}} = 7{,}23;$$

mithin sind auch die absoluten Werte in vollkommenster Übereinstimmung.

Aus den Zahlen der Tabelle 2 geht bereits mit genügender Sicherheit hervor, dass die Grösse $(100-R)$ die durch den elektrischen Temperaturkoeffizienten der Metalle bedingte Abhängigkeit von der Temperatur besitzt. Andernfalls hätte der Mittelwert des Produkts $(100-R)\sqrt{x}$ für die reinen Metalle ca. 25 Proz. kleiner ausfallen müssen, als für die Legierungen mit verschwindendem Temperaturkoeffizienten und als die theoretisch berechnete Zahl 7,23. Durch weitere Versuche mit einem glühenden Platinstreifen haben wir feststellen können, dass auch in dem Gebiet höherer Temperaturen das Emissionsvermögen sehr angenähert mit der Wurzel aus dem elektrischen Widerstand wächst. Setzt man den Widerstand des von uns benutzten Platinblechs bei der Temperatur t

Tabelle II.

1	2	3	4	5	6	7	8		
	Leitungsvermögen bei 18° $\varkappa_{18}$	Temperaturkoeffizient des Widerst. $10^3 \cdot \alpha$	Leitungsvermögen bei 170° $\varkappa_{170}$	$\sqrt{\varkappa_{170}}$	Emissionsvermögen $\mathcal{F} = (100-R)$ für $\lambda = 25.5\,\mu$ und 170°: ber. aus dem Leitverm.	beob.	Produkt der in Kolumne 5 und 7 enthaltenen Werte $(100-R)\sqrt{\varkappa} = C$		
Silber	61,4	4,0	39,2	6,26	1,15	1,13	7,07		
Kupfer	51,8	4,2	32,5	5,70	1,27	1,17	6,67		
Gold	41,3	3,68	27,2	5,21	1,39	1,56	8,10		
Aluminium	31,6	3,90	20,4	4,52	1,60	1,97	8,91		
Zink	15,83	3,94	10,2	3,19	2,27	2,27	7,24		
Kadmium	13,13	4,25	8,40	2,86	2,53	2,55	7,29		
Platin	9,24	3,84	5,98	2,44	2,96	2,82	6,88	7.34	
Nickel	8,50	4,38	5,26	2,29	3,16	3,20	7,33		
Zinn	8,28	4,65	5,01	2,24	3,23	3,27	7,32		
Palladium[2]	5,82	2,06	4,48	2,11	3,43	3,58	7,53		
Stahl	5,02	3,69	3,30	1,81	3,99	3,66	6,62		
Quecksilber	1,044	0,92	0,916[1]	0,957	7,55	7,66	7,33		Gesamtmittel 7,35
Wismut	0,84	4,54	0,513	0,716	10,09	(25,6)	(18,3)		
Messing	11,80	1,55	9,68	3,10	2,32	2,36	7,35		
Rotguss	7,89	0,8	7,05	2,65	2,73	2,70	7,16		
Manganin	2,38	0 03	2,37	1,54	4,69	4,63	7,16		
Konstantan	2,04	0,01	2,04	1,43	5,05	5,20	7,43	7.37	
Patentnickel P	3,81	0,25	3,69	1,92	3,77	4,05	7.77		
Patentnickel M	2,94	0,20	2,86	1,69	4,28	4,45	7,53		
Brandes-Schünemann (Leg. 98)	1,62	0,34	1,55	1,24	5,80	5,78	7,18		

1) Bei 100°.
2) unrein.

$$\omega_t = \omega_0 (1 + \alpha t + \beta t^2),$$

so werden unsere Emissionsbeobachtungen vollkommen dargestellt durch die Konstanten $\omega_0 = 0{,}154$, $\alpha = 0{,}0024$ und $\beta = 0{,}0000033$. Hiervon sind die Werte für ω_0 und α den elektrischen Messungen an unserem Platinstreifen direkt entnommen und nur β willkürlich gewählt.

Es folgt aus diesen Versuchen, dass auch die Gesamtemission des glühenden Platins wesentlich von den Widerstandsverhältnissen, in erster Linie also von der Reinheit des Materials abhängen muss. Gewisse Differenzen, welche sich zwischen verschiedenen Beobachtern auf diesem Gebiet ergeben haben, finden vermutlich hierdurch ihre Erklärung.

Die Emission der verschiedenen Metalle für die Reststrahlen von Flussspat lässt sich wegen der ausserordentlich hohen Anforderungen, die an die Empfindlichkeit der Messinstrumente in diesem Falle gestellt werden müssen, nicht leicht demonstrieren. Dagegen zeigt die Gesamtemission der Metalle, eine genügend tiefe Strahlungs-Temperatur vorausgesetzt, qualitativ wenigstens, bereits die beobachtete Gesetzmässigkeit. Die Emission eines Leslieschen Würfels von ca. 80°, dessen 4 strahlende Flächen aus poliertem Silber, Konstantan, Wismut und Glas bestehen, zeigt die zu erwartenden Unterschiede deutlich (Demonstration).

Als das wesentlichste Ergebnis der mitgeteilten Untersuchung ist wohl die Thatsache anzusehen, dass die Maxwellsche Theorie die Optik der Metalle im Gebiet längerer Wellen vollkommen darstellt.

Aus der beobachteten Grösse $(100 - R)$ lassen sich die übrigen optischen Konstanten der Metalle mit grosser Annäherung ermitteln. Für den Berechnungsexponenten ν und den Exstinktionskoeffizienten g erhält man die Gleichung:

$$g = \nu = 5{,}48 \sqrt{x \cdot \lambda} \quad \text{oder} \quad g = \nu = \frac{200}{100 - R}.$$

Hieraus geht hervor, dass an keiner Stelle des ultraroten Spektrums, vom sichtbaren Gebiet bis zu den Hertzschen Wellen von einem Meter-Länge, die Strahlung eine Metallschicht von einem Hundertstel Millimeter Dicke in merklichem Betrag zu durchdringen vermag. Sollte dennoch durch Beobachtung festgestellt sein, dass ultrarote Strahlen von grosser Wellenlänge durch $^1/_2$ mm dicke Schichten von Aluminium oder Silber nahezu ungeschwächt hindurchgehen, so müsste bei unseren sämtlichen Resultaten die Übereinstimmung mit der Maxwellschen Theorie eine zufällige sein, die jenseits 25 μ wieder vollkommen verschwindet.

Es muss dies hervorgehoben werden, da Herr Blondlot die von ihm kürzlich beobachteten Phänomene so gedeutet hat, als ob dieselben durch ultrarote Strahlen von grosser Wellenlänge hervorgebracht seien. Diese Deutung steht also mit unseren Resultaten in Widerspruch.

Aus der von uns beobachteten Gesetzmässigkeit ergiebt sich weiterhin die interessante Thatsache, dass man jetzt imstande ist, mit Hilfe rein optischer Messungen — und dazu gehören auch Strahlungsbeobachtungen — absolute elektrische Widerstandsbestimmungen auszuführen. Die Leitfähigkeit x ist gleich $\frac{C\lambda^2}{(100 - R)^2}$. Die Grösse $C\lambda$ enthält ausser Zahlenfaktoren nur die Lichtgeschwindigkeit v und die Wellenlänge λ, welche beide, ebenso wie das Emissionsvermögen $(100 - R)$, durch Strahlungsmessungen ermittelt werden. Damit ist die Möglichkeit einer optischen Ohmbestimmung gegeben.

Endlich ist noch hinzuzufügen, dass sich bei unseren Resultaten die magnetischen Eigenschaften von Eisen und Nickel nicht bemerkbar machen.

Diskussion zu den beiden vorstehenden Vorträgen von Rubens.

(Von den Beteiligten durchgesehen.)

Kaufmann-Bonn: Die Versuche von Blondlot bezüglich der Emission der Röntgenröhre habe ich vergebens zu wiederholen versucht. Aber ich hatte keinen sehr regelmässig arbeitenden Unterbrecher, wie er nötig sein soll. Hat vielleicht einer der anderen Herren die Versuche wiederholt?

Donath-Berlin: Ich habe die Versuche von Blondlot auch ohne jeden Erfolg zu wiederholen gesucht.

Rubens: Ich habe mich lange damit abgegeben, offenbar sind diese Versuche sehr schwierig. Ich habe an Blondlot geschrieben, er hat mir sehr liebenswürdig geantwortet und seine Anordnung beschrieben, aber bis jetzt habe ich noch keine Resultate erhalten.

Drude-Giessen: In Giessen ist auch vergeblich versucht worden, Blondlots Versuche nachzumachen. — Ich wollte aber noch folgendes sagen: Die Formel aus der Maxwellschen Theorie abzuleiten, ist sehr leicht und einfach. Aber die Versuche sind sehr überraschend und bringen unsere Erkenntnis wesentlich weiter. Denn man sollte nicht glauben, dass schon in einem Gebiete von 4 μ die molekularen Eigenschaften ausgeschaltet sind. Die Versuche sind eine ganz ausserordentliche Bestätigung der Maxwellschen Theorie.

Pringsheim-Berlin: Rubens hat auch meine Versuche mit Lummer erwähnt und auf den Einfluss der Reinheit des Platins hingewiesen. Darüber waren wir uns schon damals auf Grund

experimenteller Erfahrungen klar. Wir haben die Versuche mit technisch reinem Platin gemacht, und gesagt, dass wir sie mit chemisch reinem Platin wiederholen würden.

Nernst-Göttingen: Ich habe eine Anfrage bezüglich der Lichtemission des Auerstrumpfes. Er soll Strahlen unterhalb 4 μ aussenden. Nun wird seine Temperatur ungefähr 2200° sein. Kann man nun annehmen, dass er diese Strahlen emittiert als schwarzer Körper? Oder handelt es sich um eine anomale Strahlung?

Rubens: Nein, die Annahme, dass der Auerbrenner anomale Strahlung besitzt, ist unnötig. Er emittiert nicht soviel lange Wellen, wie etwa ein schwarzer Körper von gleicher Temperatur. Nur im Verhältnis zu seiner Gesamtemission hat er sehr günstige Emission der langen Wellen.

Drude: Über die Frage der Magnetisierbarkeit kann man aus den Strahlungsversuchen keinen Schluss ziehen, das liegt an der geometrischen Art der Wellen, wie ich das in Kürze nicht deutlich machen kann. Wenn Sie Eisen in eine Spirale stecken und einen der Wechselzahl von 25 μ entsprechenden Wechselstrom hinein schicken, so würde Eisen, nach dieser Methode untersucht, wohl eine stark von 1 verschiedene Magnetisierungskonstante haben können, obwohl hier aus den Strahlungsversuchen keine Andeutung dafür besteht.

Classen-Hamburg: Über die experimentelle Anordnung möchte ich hinzufügen, dass zur Darstellung der Reststrahlen des Quarzes die Anwendung eines Hohlspiegels nicht notwendig ist. Ich erhielt ohne einen solchen mit einem Panzergalvanometer bei 5 m Skalenabstand $^1/_2$ m Ausschlag. — Die Versuche von Blondlot habe ich auch vergebens versucht, nachzumachen.

Rubens: Ich habe Blondlot geschrieben, dass ich ihm mein Silbergitter zur Wellenlängenbestimmung zur Verfügung stelle; aber er hat es abgelehnt, weil Silber ja für seine Strahlen durchlässig sei.

W. Nernst (Göttingen), Über die Bestimmung hoher Temperaturen.[1])

Der Vortragende demonstrierte die neuen von Heräus gefertigten elektrischen Öfen aus Iridium und die übrigen dazu gehörigen Apparate, die in sehr einfacher Weise Dampfdichtebestimmungen bis zu 2000° und darüber auszuführen gestatten. (Vergl. darüber Zeitschr. f. Elektrochemie 1903 Nr. 32.)

Die Bestimmung der Temperatur geschieht am einfachsten nach dem zuerst von Holborn und Kurlbaum 1901 angegebenen Prinzipe durch Bestimmung der Lichtemission; sehr gut hat sich bei den Versuchen des Vortragenden ein elektrolytischer für verschiedene Stromstärken photometrierter Leuchtstift bewährt, dessen Helligkeit so lange variiert wird, bis er weder hell auf dunklem Grunde, noch dunkel auf hellem Grunde im Vergleich zu dem im elektrisch geheizten Iridiumrohre befindlichen Gegenstande erscheint.

Zur Zeit ist allerdings das Gesetz, mit der die photometrische Helligkeit eines schwarzen Körpers mit der Temperatur ansteigt, bei hohen Temperaturen nur annähernd bekannt. (Vergl. darüber Lummer und Kurlbaum, Verhandl. der deutschen phys. Gesch. II Nr. 8, 1900.) Die im folgenden angegebenen Temperaturen sind unter der Annahme berechnet, dass bei 1690° ein schwarzer Körper 0,47 Hefner Kerzen ausstrahlt, und dass die Helligkeit mit der 14. Potenz der absoluten Temperatur ansteigt.

Zur Kontrolle wurde der Schmelzpunkt eines Drahtes aus reinstem Platin in der Weise bestimmt, dass in den senkrecht montierten Iridiumofen ein einem Reagensglas ähnliches Gefäss, das ebenfalls aus Iridium bestand, eingehängt wurde. Der Boden dieses Gefässes war mit etwas Zirkonerde bedeckt, um ein Anschmelzen des Platindrahtes zu verhindern. Als die Strahlung des untern Bodens des Iridiumgefässes gleich der des elektrolytischen Vergleichstiftes, durch den ein Strom von 0,125 A floss, war, schmolz der Platindraht eben noch nicht, wohl aber deutlich, wenn die Stromstärke 0,128 A war. Da der Leuchtstift bei 0,1265 A 0,91 HK pro mm^2 emittierte, so giebt diese Zahl also jedenfalls sehr nahe die Lichtemission eines schwarzen Körpers, als welcher das in einem nahe gleich temperierten Hohlraume befindliche Iridiumgefäss gelten kann, bei der Schmelztemperatur des Platins an. Nach Obigem berechnet sich hierfür eine Temperatur von 1782°, welche Zahl mit sonstigen Schätzungen im Einklange sich befindet.

Für die Verwendbarkeit der Iridiumgefässe ist natürlich die Lage des Schmelzpunktes reinsten Iridiums von grösster Bedeutung. Derselbe wurde in der Weise ermittelt, dass ein kleines Stückchen Iridium in einem röhrenförmigen Ofen, der aus dem gleichen Materiale, wie elektrolytische Leuchtkörper, gefertigt war und eine Länge von ca. 4 cm, ein Lumen von ca. 3 mm besass, bis zum Schmelzpunkte erhitzt wurde. Von der einen Seite wurde das Iridiumstück mit einem Fernrohre betrachtet; von der andern Seite wurde die Strahlung des Iridiumstückes, die aus denselben Gründen wie oben als schwarze gelten kann, photometriert und zwar durch ein am Nullpunkte der optischen Bank montiertes Metalldiaphragma hindurch,

1) Abteilung 2, am 21. Sept. 1903.

welches eine runde Öffnung von 1 mm Durchmesser enthielt; der elektrolytische Ofen wurde sorgfältig so montiert, dass von der Photometerbank aus gesehen die Öffnung gleichmässig hell infolge der Strahlung des schmelzenden Iridiums erschien. Da der Augenblick des Schmelzens des Iridiums sich deutlich im Fernrohre beobachten liess, so konnte auf diesem Wege die Strahlung eines schwarzen Körpers beim Schmelzpunkt des Iridiums bis auf etwa eine halbe Kerze genau zu 9,5, also pro mm^2 zu 12,1 Kerzen bestimmt werden. Es berechnet sich daraus die Schmelztemperatur des Iridiums zu 2203° (rechnet man, was vielleicht der Wahrheit näher kommt, vom Schmelzpunkt des Platins ab mit der 13. Potenz der Temperatur, so würde sich 2238° ergeben). Sobald die Gesetze der optischen Strahlung näher untersucht sein werden, dürften sich aus den obigen Angaben die betreffenden Temperaturen recht genau berechnen lassen. Jedenfalls also wird man bei einiger Vorsicht in Iridiumgefässen noch merklich über 2000° Messungen ausführen können, was für zahlreiche physikalische und chemische Fragen wichtig werden dürfte.

Indem man in den oben erwähnten Apparat für Dampfdichtebestimmungen kleine Zirkoneimerchen, die ein wenig Silber enthielten, hineinfallen liess und den Ausschlag des Quecksilbermeniskus bestimmte, konnte der Siedepunkt des Silbers annähernd zu 2050° ermittelt werden.

Zum Schluss geht der Vortragende noch auf eine neue Methode zu einer Temperaturbestimmung ein, die auf der bekannten Formel

$$Q = RT^2 \frac{d\, ln\, K}{d\, T}$$

beruht. Wendet man die obige Formel nämlich auf ein im Dissoziationszustande befindliches Gas an, z. B. Kohlensäure, so bedeutet Q die Verbrennungswärme des Kohlenoxyds, die bei gewöhnlicher Temperatur genau bekannt ist und sich bis zu hohen Temperaturen sicher berechnen lässt, wenn man die spezifischen Wärmen der Kohlensäure, des Kohlenoxyds und des Sauerstoffes kennt; R ist die Gaskonstante, K ist der Koeffizient des Gesetzes der chemischen Massenwirkung, der sich aus dem Gesamtdrucke des Gasgemisches und aus dem Dissoziationsgrade in einfacher Weise ergiebt. Da in einem geeigneten Temperaturgebiete, das bei Kohlensäure besonders günstig gerade oberhalb 2000° liegt, sich die Dissoziation relativ stark mit der Temperatur ändert, so liegt hier ein relativ empfindliches, rein thermodynamisches Prinzip der Temperaturbestimmung vor, das zur Ergänzung luftthermometrischer Messungen und strahlungstheoretischer Berechnungen dienen kann. Zur Integration der obigen Gleichung muss obenein noch K für eine bereits bekannte niedere Temperatur ermittelt werden. Auf die Einzelheiten dieser Messungen, die noch nicht sämtlich zum Abschlusse gelangt sind, geht der Vortragende nicht näher ein, sondern begnügt sich mit dem Hinweis, dass nach einer vorläufigen Berechnung die oben aus der optischen Strahlung berechneten Temperaturen etwas zu niedrig sein dürften.

Diskussion.

(Von den Beteiligten durchgesehen.)

Pringsheim-Berlin: Damit auf Grund einer Zahlenangabe, die wir Herrn Nernst gemacht haben, nicht eine zu grosse Wertschätzung der Zahlen einreisst, möchte ich nur kurz bemerken, dass die 14. und 15. Potenz nur ungefähr gilt. Sie werden wohl nichts dagegen haben, die 3 dort bei 2203° zu streichen.

Nernst: Gewiss ist die 3 unsicher; aber die Messungen der Lichtemission haben eine solche Genauigkeit, deshalb habe ich die 3 mit hingeschrieben; die definitive Temperatur kann man erst geben, wenn man die genauere Form des Gesetzes hat.

Pringsheim: Was Ihre Absicht betrifft, die Temperatur thermodynamisch durch Dissoziation festzulegen, so wäre es ja sehr schön, wenn man absolute Temperaturbestimmungen nach einer neuen, von der Strahlung unabhängigen Methode vornehmen könnte.

Was die Iridiumgefässe betrifft, so ist das eine sehr grosse Erleichterung. Wir haben mit Kohlegefässen gearbeitet, was sehr schwierig ist. Kann man mit Iridiumgefässen bis 2200° schwarze Körper herstellen, so ist das schon sehr angenehm.

Nernst: Die Annahmen zu der neuen Temperaturmessung sind lediglich die Gasgesetze und der zweite Wärmesatz.

P. Drude (Giessen), Demonstration einiger Messapparate für elektrische Schwingungen.[1])

Ich möchte zeigen, dass man mit einfachen Apparaten und in einfacher Weise Messungen über elektrische Schwingungsdauer, Wellenlänge, Resonanz und Koppelungsverhältnisse mit verhältnismässiger Genauigkeit, bis zu $^1/_4$ Proz., ausführen kann. Diese Messungen haben in neuerer Zeit durch die drahtlose Telegraphie erneutes Interesse gewonnen. Es handelt sich hier um kleine Apparate für Laboratoriumszwecke, die aber auch leicht auf grosse Verhältnisse übertragen werden können.

Zunächst will ich die Messung einer Wellenlänge, die schon ziemlich gross ist, $^1/_2\ \lambda = 20$ m vorführen. Hier ist ein Plattenkondensator in Petroleum, wodurch eine grosse Variabilität der

1) Abteilung 2, am 22. Sept. 1903.

Fig. 1.

Kapazität im Verhältnis 1 : 20, vorhanden ist. Hier ist an ihn ein Kreis von 10 cm Durchmesser angesetzt. Hier befindet sich eine Funkenstrecke und ein Erreger.

Will ich grössere Wellenlängen haben, so kann ich den Kondensator zusammenschieben oder die Selbstinduktion ändern.

Ich kann also Wellenlängen von 1 m bis 100 m hervorrufen.

Hier habe ich eine Selbstinduktion von 1, 3, 5, 7 Windungen. Dieser Erregerkondensator besitzt Platten von 18 cm Durchmesser. Ebenso kann ich auch kleinere nehmen. Ich lasse hier Funken überspringen, und dadurch werden Wellen erregt. Ich möchte sie zunächst mal messen. Man kann das sehr genau durch eine magnetische Koppelung machen. Hier ist ein Meterstab mit 2 straff gespannten Kupferdrähten. Es wird ein Plattenkondensator mit Luft zwischen den Platten angesetzt. Der ist so verschraubt, dass die Kapazität sich ungeändert hält. Ich habe also hier einen Kondensator und eine rechteckige Leitung. Durch Überlegen eines

Fig. 2.

Bügels kann ich die Länge ändern. In einem solchen System kann man die Schwingungsdauer sehr genau berechnen.

Ich möchte nun zunächst zeigen, dass hier Resonanz besteht. Ich habe hier eine kleine Funkenstrecke, und wenn ich den Bügel verschiebe und die Resonanz treffe, so müssen die Funken überspringen. Die Erregung besteht darin, dass magnetische Kraftlinien hier die Leitung durchsetzen. Hier gehen magnetische Kraftlinien hindurch, und trotzdem werden Sie sehen, ist die Erregung ziemlich stark (Experiment). Sie hören hier ein störendes Nebengeräusch. Das rührt von Funken her, die zwischen den Platten des Empfänger-Kondensators übergehen; diese haben 1 mm Abstand, die Funkenstrecke beträgt nur $^1/_2$ mm, trotzdem gehen Funken zwischen den Platten über (ich vermute deshalb, weil im nahezu abgeschlossenen Luftraum zwischen den Kondensatorplatten die Ionisation länger bestehen bleibt).

Um genauer zu arbeiten, braucht man nichts, als eine gewöhnliche ausgepumpte Röhre, bis zu $^1/_{10}$ mm Quecksilber. Befindet sich in der Röhre Natrium, so ist sie besser. Die Dissoziationsspannung, die notwendig ist, damit das Leuchten einsetzt, ist hier sehr niedrig. Das ist wohl der Grund dafür; praktisch sind diese Röhren jedenfalls sehr gut. (Experimente im Dunkeln.) Die Funken zwischen den Platten stören. Wir wollen also die magnetische Koppelung schwächen, indem wir die Leitung erhöhen. Dass die Resonanz besser ist, je schwächer die Koppelung ist, kann man theoretisch leicht ausrechnen. Wir wollen die Leitung 5—6 cm in die Höhe stellen, so giebt es keine Funken mehr. Sie sehen, das ist eine ganz minimale Koppelung, da treten nur noch ein paar Kraftlinien hindurch. Das Leuchten tritt ein, wie Sie sehen. Für die Messgenauigkeit ist das recht gut. Hier lese ich die Zahl 76 ab, das entspricht einer Wellenlänge von 18 m. Zugleich kann man hier durch Anwendung verschiedener Kondensatoren verschiedene Schwingungsdauern messen. Will ich grössere Wellenlängen nehmen, z. B. 300 m, so kann ich dieselben Kondensatoren nehmen, und sie z. B. in Wasser hängen, da hat man grössere Kapazität. Auch die Intensität der Erregung hat man frei in der Hand. (Experimente). Sind die Dämpfungskoeffizienten grösser als hier, so kann man etwas stärkere Koppelung nehmen. Man kann auch die Funken in Petroleum springen lassen, wobei dann die Dämpfung klein ist und die Erregung sehr stark.

Will man die Schwingungsdauer messen, so kommt es darauf an, dass die Kapazität der Kondensatoren unveränderlich sei. Das ist nicht gut zu verlangen. Aber man kann sie leicht eichen. Hier ist eine Spule mit $^1/_2\ \lambda = 4$ m. Man kann leicht Spulen herstellen, denen 5, 10, 100 m halbe Wellenlänge entspricht. Wenn man also gelegentlich die Schwingungsdauer mit einer solchen Normalspule kontrolliert, so kann man dadurch einen Kondensator eichen.

Ich will nun zeigen, dass diese Spulen wirklich Eigenschwingungen haben. Ich habe hier eine Spule mit der Eigenschwingungsdauer $^1/_2\ \lambda = 23$ m. Ich setze sie so, dass sie mit einem Erreger magnetisch gekoppelt ist. Zunächst koppele ich sie schwach. Ich lasse hier Funken überspringen, so wird die Spule hier nicht erregt. Als Indikator benutze ich hier eine Vakuumröhre. (Experiment.) Ich verkleinere die Kapazität. Bei einer bestimmten

Stellung tritt starkes Leuchten ein, das ist die Resonanzlage. Was ich hier habe, ist ein Teslatransformator in kleinem Massstab. Mache ich die Koppelung stärker, so springen kleine Funken in der Spule über, welche die Isolation durchschlagen und zugleich sehen Sie die bekannten Tesla-Büschel.

Das also betrifft die Resonanz und die Wellenlänge. Doch habe ich noch etwas vergessen. Hier habe ich eine andere Spule, die würde ich auch auf Resonanz einstellen können, wenn ich die Plattendistanz im Erreger auf 1 mm einstellen würde. Dann bin ich schon an der Grenze, wo die Funken in Petroleum überspringen. Da müsste ich die nächstgrösste Selbstinduktion nehmen; doch hält mich das zu lange auf.

Nun möchte ich Ihnen die Oberschwingungen auf der Spule zeigen. Da muss man sich zunächst klar machen, wo die Oberschwingungen liegen würden. (Das wird an einer Zeichnung klar gemacht.)

Bei der Grundschwingung habe ich nur einen Potentialknoten in der Mitte, bei der ersten Oberschwingung zwei Knoten, und dazwischen einen Bauch. Ich kann sehr deutlich die Potentialschwankungen demonstrieren, indem ich mit der Vakuumröhre hier vorbei fahre. Hier leuchtet sie und hier ist eine Dunkelstelle. Isoliert von der Spule, etwa $^1/_2$ cm davon, ist ein dünner Kupferdraht gespannt. Am Potentialbauch springen Funken von der Spule auf den Draht über.

Bei der Grundschwingung sehen Sie also hier das Funkenspiel und hier und hier fehlt es. Bei der ersten Oberschwingung sehen Sie hier und hier und in der Mitte ein Funkenspiel. Bei der zweiten Oberschwingung sehen Sie hier 4 Funkenspiele, aber diese beiden am Ende sind nicht zu sehen, weil die Knoten an das Ende rücken, so dass hier die Potentialschwankung zu klein wird. (Versuche im Dunkeln.)

Als Erreger benutze ich jetzt eine Lechersche Anordnung in kleineren Dimensionen in folgender Weise: Hier ist mein Erreger, der aus einer Windung von 10 cm Durchmesser besteht. Da lasse ich die Funken in Petroleum überspringen, weil die Wellenlänge sehr klein ist, $^1/_2\,\lambda = 160$ cm. Dieser Draht hier ist zu einem Kondensator geführt. Ich will nun die Wellenlänge nicht durch magnetische, sondern durch elektrische Koppelung messen. Hier wird ein zweiter Kondensator hinein gesetzt, der aus zwei dicken Kupferplatten besteht. An den dicken Kupferbügel, der hier quer steht, sind zwei dünne Kupferdrähte im Abstand von 2 cm angesetzt, und diese setzen sich in eine Messleitung fort. Das ist ein Lechersches System. Wenn ich jetzt hier Funken überspringen lasse und eine Brücke verschiebe, so habe ich hier in diesem System ein deutliche Resonanz. Die Wirkung liegt darin, dass eine kleine elektromotorische Kraft Strom erregt. Die elektrische Koppelung wird um so schwächer, je näher ich die Drähte aneinander lege. Ich habe sie hier ganz nahe gelegt wegen der Messgenauigkeit. Die Genauigkeit der Messung wird um so besser, je schwächer die Koppelung ist. Man muss also mit ganz kleinen Brücken arbeiten, wenn man exakt arbeiten will. Den Erreger setze ich nicht direkt an den Ruhmkorff-, sondern an einen kleinen Tesla-Transformator.

(Es werden weitere Versuche gezeigt und erklärt.)

Ich möchte nun nach dieser Methode die Wellenlänge messen. (Experimente.) Also bei dieser mittleren elektrischen Koppelung ist die Wellenlänge noch ganz genau zu messen. 160 cm ist hier die halbe Wellenlänge. Das würde sich natürlich ändern, wenn ich hier die Plattendistanz verändere.

Mein Zweck ist bei dieser Einrichtung, Ihnen die Eigenschaften der Koppelung zu zeigen. Ich habe hier eine Spule mit einer Eigenschwingung von $^1/_2\,\lambda = 160$ cm. Nun wollen wir diese Spule mal etwas intensiver magnetisch koppeln mit diesem auf Resonanz abgestimmten Erreger, indem ich sie hineinstelle in diesen Kreis, so dass ihre Windungsebene mit der Windungsebene des Erregers übereinstimmt. Dann entstehen aus einer Schwingung zwei; wo sie liegen, hängt von der Schwingungsdauer des Erregers und der Eigenschwingungsdauer und der Stärke der elektrischen Koppelung ab. Hat man eine Koppelung, die 0,5 beträgt, so ist das sehr viel. Zu dem extremen Fall 1 kommt es nie. (Experimente im Dunkeln.) Treffe ich gute Resonanz, so liegen diese beiden Wellen symmetrisch zu der primären Schwingung. (Folgt Experiment.) Es bestehen zwei Wellen von 160 ± 15 cm Halbwellenlänge. Hier würde der magnetische Koppelungskoeffizient etwa $\frac{30}{160}$, also etwa $^1/_5$ sein. Mache ich die Koppelung schwächer, so rutschen die beiden Wellen wieder etwas zusammen. (Experiment: $^1/_2\,\lambda = 160 \pm 11$ cm.) Jetzt ist die Koppelung $\frac{22}{160}$; das ist dadurch entstanden, dass ich hier die Holzklötze hineingelegt habe, dadurch ist die Spule um $1\,^1/_2$ cm erhöht. So also kann man die magnetische Koppelung messen.

Es fällt vielleicht auf, dass die Koppelung noch so klein ist, $^1/_5$, wenn ich die Spule hier hineinstelle. Das ist doch eigentlich sehr wenig. Man sollte nach dem Augenschein mindestens $^1/_3$ bis $^1/_2$ schätzen. Das liegt wesentlich daran,

dass hier in der Zuleitung zum Kondensator noch viel — tote Selbstinduktion will ich es mal nennen — liegt. Die Strecke der toten Selbstinduktion ist klein, aber der Draht ist dünn. Ich kann natürlich diese tote Selbstinduktion durch dickere Erreger-Drähte verringern.

Ich möchte hinzufügen, dass man zu genaueren Messungen mit ein bischen grösseren Apparaten arbeiten muss.

Noch einige Schlussworte über zwei Apparate, die einen anderen Zweck verfolgen, nämlich die Dielektrizitätskonstante zu messen.

In dem einen werden hier die Wellen erregt, indem man einen Ruhmkorff oder Tesla-Transformator ansetzt. Die Hilfe eines Tesla-Transformators ist für Wellen-Experimente stets günstig; denn man muss dünne Funken und hohe Spannungen haben, und die giebt der Tesla-Transformator. Die schönen Versuche von Hertz gehen sehr schön, wenn man nicht einen Ruhmkorff direkt zum Erregen der Funken benutzt, sondern einen Tesla-Transformator dazwischen schaltet. Also das ist die allgemeine Bemerkung, dass ein Tesla-Transformator immer nützlich ist. Also wir setzen hier einen Tesla-Transformator an, und hier ist die Brücke. Fülle ich einen kleinen Kondensator mit gewissen Flüssigkeiten, so kann ich die Resonanz messen. Hier tritt Leuchten auf, daraus kann ich die Kapazität messen, und daraus unmittelbar auf die Dielektrizitätskonstante schliessen. Man müsste nur hier eine Eichung haben.

Diesen Apparat habe ich schon beschrieben.

In neuerer Zeit sind sie in Giessen (Messungen durch W. Schmidt) mit einer etwas anderen Anordnung ausgeführt, wo die elektrische Koppelung durch magnetische Koppelung ersetzt ist. Die Sekundärleitung ist über die Primärleitung geschoben und dadurch magnetisch (induktiv) mit ihr gekoppelt. Hier habe ich den Kondensator, hier verschiebe ich eine Brücke, und da habe ich Resonanz. Dieser Apparat ist ein bischen umständlicher als der vorige, aber er ist zu Messzwecken noch besser. Allerdings ist die Wellenlänge hier etwas grösser.

Durch die magnetische Koppelung kann man besser als durch die elektrische Koppelung die Erregung stufenweise variieren, was für Absorptions-Messung wichtig ist. Nun giebt es ganz verschiedene Dielektrizitätskonstanten. Da ist es bequem, dass man hier die Wellenlänge verändern kann; dazu sehen Sie hier noch einige andere Kondensatoren.

Das ist die kleine Abänderung des Apparates mit Hilfe der magnetischen Koppelung.

Damit bin ich fertig.

H. Th. Simon (Göttingen), Über die Erzeugung hochfrequenter Wechselströme und ihre Verwendung in der drahtlosen Telegraphie.

Nach Versuchen mit Herrn M. Reich.[1])

1. Die gewöhnliche Methode, hochfrequente Wechselströme zu erzeugen, stützt sich auf die theoretisch und experimentell lange geklärte Thatsache, dass ein aus hintereinander geschaltetem Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität bestehendes System unter gewissen Umständen ein schwingungsfähiges ist, d. h., dass sich in ihm eine Gleichgewichtsstörung in einer (wegen des Widerstandes und der Strahlungsverluste meist stark gedämpften) Schwingung ausgleicht, von der Periode $T = 2\pi\sqrt{L\,C}$. Um das System von seinem Gleichgewichtszustande aus immer wieder zu einem genügend hohen Potentiale zu laden, und dann automatisch die Schwingungen auszulösen, war von jeher die Funkenstrecke in Luft oder in Öl, die in den Entladungskreis gelegt wurde, als zwar etwas launisches, aber einziges Mittel im Gebrauch. Sie sperrte den Entladungskreis so lange ab, bis das Entladungspotential erreicht war, bis in dem Funken die oszillatorische Entladung überging. Soviel man nun auch dieses Mittel benutzt hat, und soviel man von seinen Launen zu leiden hatte (eine ganze Litteratur existiert über die sogen. „Aktivität" der Funken, d. h. seine Wirksamkeit als Erreger elektrischer Schwingungen), so hat es doch bisher offenbar an einer klaren Einsicht in das Wesen des ganzen Vorganges gefehlt. Über eine gewisse rezeptmässige Sammlung unzusammenhängender Erfahrungen ist man kaum hinausgekommen.

2. Nun lässt sich, wie wir schon vor zwei Jahren in Hamburg in unserem Bericht über die tönenden Flammen[2]) hervorgehoben haben, noch eine andere Möglichkeit voraussehen, ein schwingungsfähiges elektrisches System zum Schwingen zu bringen, analog der Art, wie z. B. die schwingungsfähige Luftsäule der Orgelpfeife von ihrem Anblasemechanismus zu dauerndem Tönen angeregt wird.

Wir haben auch damals darauf hingewiesen, dass der von Duddell gefundene tönende Flammenbogen für langsam schwingende Systeme thatsächlich die Lösung des Orgelpfeifenproblems auf elektrischem Gebiete darstellt. Einige andere Möglichkeiten, auch für schnelle Schwingungen zum Ziele zu kommen, haben wir diskutiert, ohne indes damals zu dem erstrebten Resultate zu gelangen. Unsere fortgesetzten Bemühungen haben seitdem einige Ergebnisse gehabt, die uns nicht nur, wie es uns scheint, dem Ziele näher gebracht haben, sondern auch in die bisherige Art der Funkenerregung einen klareren

1) Abteilung 2, am 22. Sept. 1903.

2) H. Th. Simon u. M. Reich, diese Zeitschrift **3**, 278—286, 1901.

Einblick gestatten, als man ihn offenbar bisher hatte. Für sie ergeben sich Konsequenzen, die u. E. eine wesentliche Steigerung ihrer Leistungen gestatten.

3. Bei der Orgelpfeife und ähnlichen mechanischen Vorgängen periodischer Art, wie sie ziemlich häufig sind, deren exakte Theorie aber noch aussteht, ist ein schwingungsfähiges System mit einer stationären Strömung in eigenartiger Weise gekoppelt. Die Koppelungsstärke wird nämlich durch die Schwingungen selbst variiert, so dass sie am grössten ist, wenn die erregende stationäre Strömung mit der erregten Strömung gleichsinnig wirkt, am kleinsten, oder ganz gelöst, wenn sie einander entgegenarbeiten. Bei der Orgelpfeife wird diese Regulierung der Koppelung durch die äusserst bewegliche Lufflamelle bewirkt, die, durch die Pfeifenschwingungen bewegt, den Blasedruck bald in die Pfeife hinein, bald an ihr vorbei leitet.

Der Ideengang, nach dem wir dieses Prinzip auf dem elektrischen Gebiete verwerten zu können glaubten, ist von uns vor kurzem in einer Mitteilung dieser Zeitschrift[1]) auseinandergesetzt worden. Alle Eigenschaften nämlich zu einer ähnlichen Koppelung zweier elektrischer Stromkreise schien uns ein Flammenbogen zwischen Metallelektroden zu bieten. (Im Vortrag wurden diese Überlegungen und die wesentlichen Ergebnisse jener Abhandlung auseinandergesetzt, auf die hier hingewiesen sei).

4. Wie wir dort mitteilten, haben wir mittels hochgespannten Gleichstroms unter Verwendung von metallischen Vakuumfunkenstrecken äusserst wirksame elektrische Schwingungen erzeugen können, wie sie ähnlicher Art mittels hochgespannten Wechselstroms unter Verwendung seiner Quecksilberlampe Herr Hewitt beschrieben hat. Indessen handelte es sich bei allen diesen Versuchen um das langbekannte Phänomen der Partialentladungen: Langsames Aufladen der Kapazität zum Entladungspotential, darauf folgende gedämpft oszillatorische Entladung innerhalb eines so kurzen Zeitraums, dass noch keine neue Elektrizität von der Quelle nachströmen kann, dann Nichtleitendwerden der Funkenstrecke und nun Wiederholung des Spieles.

Die Erkenntnis, dass das Phänomen der Partialentladungen ein viel verbreiteteres ist, als man gewöhnlich annimmt, und dass dasselbe bei der gewöhnlichen Wellenerregung durch Funkenentladung eine grundlegende Bedeutung besitzt, scheint bisher nirgendwo bewusst hervorgetreten, jedenfalls aber nicht verwertet worden zu sein. Auch scheint diese Entladungsform bisher nicht mit dem Interesse durchforscht zu sein, wie sie es, ihrer Bedeutung nach, verdient. Denn wir finden nirgends die sich sogleich aufdrängenden wichtigen Konsequenzen gezogen, auf die wir jetzt hinweisen möchten. Wir werden sehen, dass sich durch Berücksichtigung dieser Konsequenzen auch die viel umstrittene Frage nach der „Aktivität" von Funken erledigt.

5. Wie wir zeigten, wird der Ladevorgang des Systems durch das Integral der Differentialgleichung

$$\frac{d^2e}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{de}{dt} + \frac{e}{LC} = \frac{E}{LC}$$

beschrieben. Die Diskussion derselben zeigt:

Für eine gegebene Ladungskapazität C sind die Pausen zwischen den Entladungskomplexen um so kürzer, je grösser das Potential der Ladungsstromquelle E und je kleiner das Entladungspotential ist. Für ein gegebenes Betriebspotential E um so kürzer, je niedriger das Entladungspotential und je kleiner die Ladungskapazität C. Für ein gegebenes Entladungspotential um so kürzer, je kleiner die Ladungskapazität C und je grösser die Betriebsspannung E.

Alle diese Konsequenzen lassen sich leicht experimentell prüfen. Bei Wechselstrombetrieb erhält man entsprechend dem wechselnden Betriebspotential (während Ladungskapazität und Entladungspotential gleichbleiben) periodisch zu- und abnehmende Pausen zwischen den Zündungen.

6. Um nach diesem Prinzipe der Partialentladungen möglichst intensive elektrische Wellen zu erzeugen, ist erforderlich, dass

1) die Pausen zwischen den Entladungskomplexen möglichst abgekürzt werden;
2) dass das Entladungspotential möglichst gesteigert wird.

Wie man bei gegebenem Entladungspotential und gegebener Ladungskapazität durch Steigerung der Betriebsspannung sowie durch richtige Wahl der Konstanten des Ladungskreises die Pausen abkürzt, haben wir gesehen. Begrenzt wird die so zu erreichende Häufigkeit der Entladungen durch die Bedingung, dass die Oszillation Zeit haben muss, auf einen sehr kleinen Stromwert abzuklingen, ehe der Ladungsprozess wieder wesentlich vorgeschritten ist. Ist das nicht der Fall, so hat die Funkenstrecke ihre Leitfähigkeit noch nicht verloren, die Ladung erfolgt stets nur zu einem niedrigen Potential, man hat ein Wogen des Flammenbogenstroms in engen Potentialgrenzen, einen inaktiven Funken (Duddellphänomen). Er lässt sich sofort in einen aktiven verwandeln, wenn man Widerstand oder Selbstinduktion in den Ladungskreis legt, um die Ladungszeiten zu verlängern. Wir haben in dieser Weise jede beliebige Funkenfolge rea-

1) H. Th. Simon u. M. Reich, diese Zeitschrift **4**, 394, 1903.

lisiert, von dem inaktiven Flammenbogenzustand bis zum Funkenübergang in regelmässigen Pausen von Sekunden.

7. Die genauere Analyse der Wirkungsweise der Funkenstrecke, wie sie auf Grund der modernen Kenntnisse der Gasentladungsvorgänge [1]) möglich ist, führt von hieraus abermals einen Schritt weiter.

Wenn an die metallischen Elektroden einer Gasentladungsstrecke Spannung von immer wachsender Höhe angelegt wird, so setzt zunächst bei einer bestimmten Minimalspannung der sogenannte Glimmstrom ein, der ein hohes Potentialgefälle besitzt. Die Höhe derselben hängt in recht komplizierter Weise von dem Material und der Grösse der Elektroden, von deren Entfernung, von der Art und dem Druck des Gases der Strecke, der Anwesenheit von feldstörenden Körpern, wie Glaswände etc. ab. Man ist heute dank der intensiven Arbeit zahlreicher Forscher auf diesem Gebiete imstande, die Art dieser Abhängigkeiten wenigstens qualitativ zu übersehen. Am übersichtlichsten geschieht das an der Hand der jeder Strecke eigentümlichen charakteristischen Kurve, die das Spannungsgefälle als Funktion der Stromstärke darstellt. Es zeigt sich, dass allgemein das Gefälle bis zu einem maximalen Werte wächst, und dann mit zunehmendem Strome wieder sinkt. Bei einem gewissen Werte der Stromstärke oder richtiger der kathodischen Stromdichte, welche die Erhitzung der Kathode bestimmt, geht dann plötzlich die wesentlich von den Gasen der Gasstrecke vermittelte Glimmentladung in die wesentlich von den Dämpfen der Elektroden vermittelte Bogenentladung über, deren Potentialgefälle ein ganz niedriges ist. (Schematisch in Fig. 1 dargestellt.)

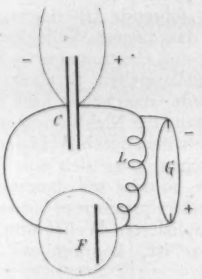


Fig. 1.

Die Anwendung auf unseren Fall ergiebt sich ohne weiteres. Der Ladungsprozess steigert die Spannung, bis der Glimmstrom über sein Potentialmaximum gekommen ist. (Die Höhe des Entladungspotentials hängt, wie Warburg [1]) gezeigt hat, wegen der sogenannten Verzögerung wesentlich von der Geschwindigkeit ab, mit der die Ladung der Elektroden erfolgt, ein Umstand, der die Verhältnisse abermals kompliziert.) Nunmehr setzt, bei dem Strom i_1, die Entladung ein, der Strom wächst im ersten Teile der Entladung zu einem Werte i_2, der von der Kapazität geliefert wird, er oszilliert hin und her, bis seine Amplitude wieder unter den Wert von i_1 gedämpft ist. Da dieser Strom nicht mehr genügt, die Leitfähigkeit (nach J. Stark die Temperatur der Kathode) aufrecht zu erhalten, so kehrt der ursprüngliche Zustand der Nichtleitung oder des Glimmstromes zurück. Die Geschwindigkeit dieses Rückganges hängt wieder von einer Reihe von Einflüssen ab, die sich wahrscheinlich alle aus den Beiträgen ableiten, die sie zu der Abkühlungsgeschwindigkeit der Elektroden, namentlich der Kathode, beibringen. Jedenfalls ist das der wichtigste Einfluss, so dass die Rückzugskurve um so rascher durchlaufen wird, je stärker man die Elektroden abkühlt. Selbstverständlich steigert diese Abkühlung auch wieder den kritischen Wert i_1 des Glimmstromes, ebenso wie sie das Potentialmaximum erhöht. Erwärmung dagegen übt den entgegengesetzten Einfluss aus. Eine Funkenstrecke zündet demnach leichter, wenn sie erwärmt ist, sie neigt dann aber auch stärker zum Inaktivwerden. Das lässt sich alles durch das Experiment verifizieren. So erklärt sich auch die bekannte Erscheinung, dass eine Funkenstrecke im ausgeruhten Zustande zunächst aktiver ist, wie im Betriebe.

8. Zeigt sich hier die möglichst ausgiebige Abkühlung der Funkenstrecke als ein Vorteil, so steht dem ein anderer Einfluss der Abkühlung als Nachteil gegenüber: je grösser nämlich die Wärmeentziehung der Gasentladungsstrecke ist, ein desto grösserer Teil der Oszillationsenergie wird zur Aufrechterhaltung der nötigen Temperatur an den Elektroden verwendet. Kurz, die schädliche Dämpfung der Schwingungen wächst vermutlich sehr stark, je stärker man abkühlt. Durch welche Versuchsbedingungen man die Vorteile auf der einen Seite gegen die Nachteile auf der anderen abwiegt, muss eine umfassende praktische Durcharbeitung des Problems zeigen.

9. Ebenso wichtig wie der Temperatureinfluss ist offenbar der Einfluss von Art und Druck des Gases der Strecke. Auch dieser Einfluss ist ein recht komplizierter. Soviel ist aber darüber bekannt, dass die Zündung, d. h. der Übergang von Glimmstrom in Bogenstrom

1) Wir verweisen hier im einzelnen auf eine demnächst erscheinende wertvolle Darstellung der einschlägigen Vorgänge von J. Stark, Zur Kenntnis des Lichtbogens. Ann. der Phys. **12**, 1903.

1) E. Warburg, Wied. Ann. **59**, 1, 1896, und **62**, 385, 1897.

bei kleinen Drucken bei um so kleinerem Strome und mit um so niedrigerem Potential erfolgt, je grösser der Druck des Gases ist.

Eine Vakuumfunkenstrecke wird demnach bei gleichem Elektrodenabstand ungleich höheres Entladungspotential liefern, wie eine Funkenstrecke in Atmosphärendruck. Die Dämpfung der Oszillationen scheint dabei kleiner zu sein, weil der Metalldampf von den sonst gleichzeitig vorhandenen Gasmolekülen in seiner Funktion als Träger des Flammenbogens nicht gestört wird. Dieser Einfluss bleibt näher zu untersuchen. Dagegen wirkt das Vorhandensein von Gasen hohen Druckes offenbar ausserordentlich ungünstig insofern, als es die Rückzugszeit der Leitfähigkeit wesentlich verlangsamt. Daher die soviel grössere Neigung von Luftfunkenstrecke zum Inaktivwerden und daher die soviel grössere Aktivität von Vakuumfunkenstrecken, z. B. der Quecksilberlampe. Man kann die Zahl der Aufeinanderfolge der Entladungskomplexe bei solchen Vakuumstrecken auf ganz ausserordentliche Werte steigern, vielmal höher als bei Luftfunkenstrecken, bei denen die Pausen von der Grössenordnung der hundertstel Sekunde sein müssen, um noch wirksame Entladungen zu ergeben.[1])

In diesem Verhalten liegt ein weiterer grosser Vorteil der Vakuumfunkenstrecken.

10. Um recht wirksame Entladungsschwingungen zu erhalten, muss 2. das Entladungspotential möglichst gesteigert werden. Bei Luftfunkenstrecken wird dies durch Vergrösserung des Elektrodenabstandes erreicht. Indes ist, wie man weiss, dieser Vergrösserung eine frühe Grenze gesteckt von etwa $^1/_2$ bis $^3/_4$ cm, wahrscheinlich, weil eine weitere Vergrösserung Bedingungen schafft, unter denen die Entladungsenergie alsbald in der Überwindung des Widerstandes der Funkenstrecke verzehrt wird, d. h. die Entladung aperiodisch verläuft. Bei Vakuumfunkenstrecken lässt sich das Entladungspotential, wie erwähnt, durch allerlei Einflüsse regulieren, bei der Quecksilberlampe z. B. durch die Form der Röhre. Nähert man die Elektroden so weit, bis der dunkle Kathodenraum die Anode umfasst, so erhält man bekanntlich ausserordentlich hohe Entladungspotentiale. Wir konnten mit solchen Röhren Schwingungen von sehr hohen Potentialamplituden erzeugen. Leider erfolgt die Entladung bei den festen Metallelektroden unter heftiger Kathodenzerstäubung.

11. Fassen wir das Ergebnis dieser Analyse und unserer Versuche zusammen, so ergiebt sich die praktische Konsequenz:

a) Die bisherige Erregungsweise von elektrischen Schwingungen mit Hilfe von Luftfunkenstrecken und Induktionsapparaten ist unrationell und liefert Hochfrequenzströme relativ unregelmässiger Art. Zur dauernden Erregung sehr wirksamer Wellen dieses Typus sind hochgespannte Gleichstromquellen, z. B. Hochspannungsmaschinen oder Hochspannungsakkumulatoren von genügender Stromkapazität sowie Vakuumfunkenstrecken weit geeigneter.

Unserer Meinung nach lässt sich alles, was man bisher mit Induktionsapparaten geleistet hat, weit rationeller und wirksamer mittels Hochspannungsmaschinen erreichen. Und die Technik wird der Praxis der Hochfrequenzströme einen grossen Dienst leisten, wenn sie sich zum Bau widerstandsfähiger Hochspannungsdynamos von 10000 bis 20000 Volt entschliesst. Die Hochspannungsdynamos, Modell S. H., wie sie von Schuckert in Nürnberg geliefert werden, sind, wie unsere Erfahrungen uns gezeigt haben, der an sie zu stellenden Aufgabe noch nicht gewachsen.

b) Die Betriebsbedingungen eines bestimmten Hochfrequenzsystemes sind in jedem Falle der verwendeten Funkenstrecke genau anzupassen, wenn man möglichst kräftige Wellen erregen will, in einer Weise, die sich durch die Theorie des Ladungsvorganges und die Charakteristik der Funkenstrecke quantitativ voraussagen lässt.

12. Wie aus dem Vorstehenden sich ergiebt, ist an dem Charakter der Hochfrequenzströme, die man bisher herstellen konnte, durch Einführung der vorgeschlagenen Erregungsweise zunächst nichts geändert. Immer haben wir von Pausen unterbrochene Komplexe ziemlich stark gedämpfter Schwingungen. Nur die Pausen zu kürzen und die Amplituden zu steigern, ist durch die erwähnten Methoden möglich. Unser zu Beginn angedeutetes Ziel ist nichts weniger als erreicht. Indes kommen wir auch ihm näher durch folgende Überlegung: Es liesse sich denken, dass unsere Wellenkomplexe durch Ausstrahlung von elektromagnetischer Strahlung aus einem gekoppelten Strahldrahte so stark gedämpft würde, dass schon nach einer Schwingung der Zustand der Nichtleitung erreicht würde. Alsdann könnte man durch Wahl der Betriebskonstanten erreichen, dass sich eine Welle an die andere reihte, so dass wir dauernd einen ungedämpften Hochfrequenzstrom hätten, freilich von ziemlich komplizierter Wellenform. Ob dieser Weg gangbar ist, konnten wir noch nicht entscheiden.

13. Ein anderer dagegen ist fraglos gangbar, wie Versuche gezeigt haben. Die obigen Erörterungen galten nämlich immer nur für sogen. symmetrischen Funkenstrecken, bei denen also die Rückschwingung stets dieselbe Charakteristik findet, wie die Hinschwingung. Das zeigt sich beim Betriebe unzweifelhaft an dem Auftreten von Flammenbogenkratern auf beiden Elektro-

1) H. Th. Simon, Nachrichten der K. Ges. der Wissensch. zu Göttingen 1899.

den. Macht man die Funkenstrecke unsymmetrisch, z. B. Spitze und Platte, heisse und kalte Elektrode und dergleichen, so erhalten wir verschiedene Glimmstromcharakteristik, je nach der Richtung des Stromes. Ist die Spitze Kathodenseite, so geht der Glimmstrom bei sehr viel kleinerem Strom in den Flammenbogen über, wie umgekehrt. Im letzteren Falle ist die Strombasis grösser wie im zweiten, also die Stromdichte kleiner. Die zur Zündung nötige kritische Stromdichte erfordert weit höhere Gesamtstromstärke. Verwendet man eine solche unsymmetrische Funkenstrecke in unserem Versuche derart, dass die kleinere Basis mit der Kathodenseite der Kapazität verbunden ist, so wird die Entladung in der ersten Periode als Flammenbogen verlaufen, bei der Rückschwingung aber genügt der Strom nicht, den Glimmstrom in Flammenbogen zu verwandeln. Das Potential und der Strom hat den Verlauf, wie er in Fig. 2 angedeutet ist.

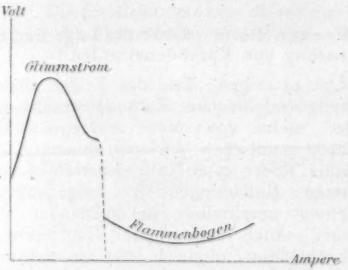


Fig. 2.

Es treten nur an der kleineren kathodischen Seite Krater auf, die Resonanzfähigkeit der Wellenkomplexe ist erloschen.

Legten wir der Selbstinduktion L eine symmetrische Geisslerröhre parallel (Fig. 3), so zeigte

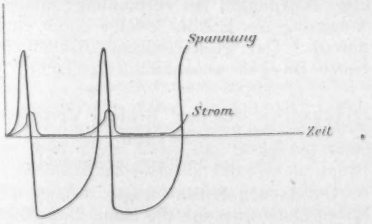


Fig. 3.

sie dementsprechend einseitigen Stromdurchgang an mit der Kathode an der Anodenseite. Denn der Stromverlauf vollzieht sich zeitlich etwa nach der in Figur 4 wiedergegebenen Kurve:

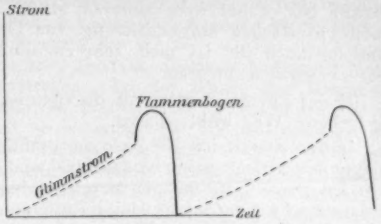


Fig. 4.

Das $L\frac{di}{dt}$, welches die Spannung an der Geisslerröhre bestimmt, ist nur in dem fallenden Aste von genügender Grösse, um die Röhre anzuregen.

Auch hier gestattet die Wahl der Betriebskonstanten ein Aneinanderrücken der einzelnen Stromstösse, so dass man einen dauernden Hochfrequenzstrom zu erhalten hoffen kann. Die Analogie dieser Ventilwirkung einer unsymmetrischen Funkenstrecke mit dem Verhalten der Aufschlagszunge einer Jungepfeife liegt auf der Hand. Wie weit man praktisch mit dieser Methode kommen kann, konnten wir noch nicht versuchen. Immerhin glauben wir, dass sich durch das Vorgetragene einige Ausblicke eröffnen auf den Weg, auf dem man einmal zur Erzeugungsweise dauernd ungedämpfter Hochfrequenzströme gelangen wird.

Da man mit Wechselstrom niederer Frequenz einen Metallflammenbogen nicht unterhalten kann, mit hoher Frequenz indessen sehr wohl, wie die Funkenoszillationen zeigen, so muss für gewisse mittlere Frequenzen auch unser ursprünglicher Ideengang zu einer Dauererregung eines schwingenden Systems führen. Wir konnten bei der Schwierigkeit solcher Hochspannungsversuche die entsprechenden Versuche noch nicht durchführen.

Diskussion.

(Von den Beteiligten durchgesehen.)

Drude-Giessen: Man muss bei der drahtlosen Telegraphie zwei Zwecke unterscheiden, die Energieübertragung und die Nachrichtenübermittelung. Bei der Energieübertragung ist der vom Vortragenden angegebene Weg sehr wichtig. Bei der Nachrichtenübermittelung liegt die Sache aber anders; da ist ja das Schöne, dass man bei grossen Entfernungen mit so wenig Energie auskommt. Das Momentane der Wirkung des Kohärers ist dabei das Wesentliche. Der Kohärer ist garnicht sehr empfind-

lich. Damit er einsetzt, ist eine Spannung von $\frac{1}{4}$ Volt notwendig, das kann man nicht sehr empfindlich nennen. Aber er wirkt momentan. Ebenso ist es bei dem anderen Mittel, der Rutherfordschen Magnetisierung von Drahtbündeln, auch die ist nicht sehr empfindlich, aber sie wirkt momentan.

Bei der Energieübertragung dagegen ist der angegebene Weg wohl wichtig.

Simon: Soweit ich die Ziele der drahtlosen Telegraphie verfolgt habe, ist das Ideal zunächst nicht, auf grosse Entfernungen zu telegraphieren, sondern man will auf relativ kleine Entfernungen sicher abgestimmt telegraphieren und das wird man wohl erst erreichen, wenn man Wellen erzeugen kann, wie wir sie erstreben. Das Telephonieren mit elektrischen Schwingungen wird nur durch solche Hochfrequenzströme möglich sein. Aber auch abgesehen von diesen Zielen, zeigen wohl unsere Erörterungen, wie notwendig es ist, auch die bisherige Erregung von Wellen einmal einer Revision zu unterziehen. Da ergiebt unsere Untersuchung u. E., dass man die Induktorien am besten aus den Instituten herauswirft und Hochspannungsmaschinen an ihre Stelle setzt.

v. Oettingen-Leipzig: Ich weiss nicht, ob die Gleichungen da links wirklich den Sinn haben sollen, dass auch aperiodische Entladungen möglich werden.

Simon: Nein, das ist nur die Ladungsgleichung. Aperiodische Entladungen wollen wir nicht haben, sondern wir wollen im ersten Teil unserer Versuche die Kenntnis des Partialcharakters der gewöhnlichen Schwingungserregung auswerten und zeigen, dass man mit hoher Gleichspannung alles viel bewusster und regelmässiger machen kann, was bisher mit dem Induktorium gemacht worden ist.

v. Oettingen: Den Partialcharakter der Induktoriumfunken habe ich schon vor 43 Jahren beschrieben. Wir haben auch gezeigt, dass man in einem gewöhnlichen rotierenden Spiegel die Partialentladungen sieht.

Simon: Gewiss, wir wollten auch nicht die Erkenntnis der Partialentladungen als etwas Neues vorbringen. Neu erscheinen uns aber die praktischen Konsequenzen, die wir daraus gezogen haben.

v. Oettingen: Die Mannigfaltigkeit der Bedingungen ist ja sehr gross. Sie sprachen davon, dass auch das Material von Bedeutung ist, welches sich sehr schnell abkühlen muss, und deshalb die Oszillationen so schnell zeigt. Feddersen zeigte, dass das Zinn der passendste Stoff sei.

Sind Sie übrigens wirklich so sicher, dass die Analogie mit dem Anregen der Orgelpfeife passt? Das ist mir neu und interessant, dass Sie das in vollständige Parallele stellen. Bei der akustischen Pfeife haben Sie die Erschütterung, die wieder kommt; hier aber, bei der Elektrizität ist es fraglich. Da entspricht jede Partialentladung einem Abschöpfen der Elektrizität, dabei braucht nichts oszillatorisch zu sein. Beim gewöhnlichen Induktionsfunkenstrom ist das sicher so.

Simon: Das Phänomen der Partialentladung in der normalen Form fällt allerdings nicht unter die Orgelpfeifenanalogie, sondern das im zweiten Teile unseres Vortrags erwähnte modifizierte, bei dem nur mehr ein Ast der Schwingung zustande kommt, und sich diese einzelnen Entladungsäste bei geeigneter Wahl der Systemkonstanten zu einem kontinuierlichen Wechselstrom aneinanderlagern. Dieser Vorgang entspricht durchaus dem Anblasen einer Zungenpfeife.

F. Neesen (Berlin), Über die Lage der Beeinflussung von Kathodenstrahlen. [1])

Um zu zeigen, dass das Fehlen einer Einwirkung verschiedener Kathodenstrahlen aufeinander nicht von einer entgegenwirkenden elektrodynamischen Wirkung abhängt, wurden in einer Röhre zwei Kathodenstrahlen von getrennten Entladungen in entgegengesetzter Richtung unmittelbar nebeneinander vorbeigeführt. Auch dann ist eine Einwirkung nicht zu beobachten, obgleich jetzt die elektrodynamische Wirkung die elektrostatische unterstützen muss.

F. Neesen (Berlin), Vorführung einer doppelt wirkenden Quecksilber-Luftpumpe.

Die Pumpe ist eine doppelwirkende Kolbenpumpe mit andauernder Wirkung. Zwei gleiche Pumpenhälften werden durch einen Hahn abwechselnd mit der äusseren Luft, bezüglich einer Vorpumpe in Verbindung gesetzt. Die Steuerung des Hahnes erfolgt durch eine Hilfspumpe. Der glastechnische Aufbau ist von Herrn Burger wesentlich vereinfacht.

Diskussion zu den beiden Vorträgen von Neesen.

(Von den Beteiligten durchgesehen.)

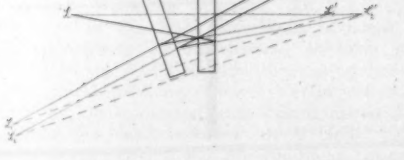
Goldstein-Berlin fragt, womit bei der ersten Demonstration die blaue Phosphoreszenzspur der Kathodenstrahlen erzeugt ist. Antwort: Wolframsaures Calcium.

1) Abteilung 2, am 22. Sept. 1903.

Neesen: Ich will noch eins angeben. Man könnte vielleicht sagen, bei dieser Anordnung bekommt man überhaupt keine Kathodenstrahlen. Aber das ist nicht der Fall; denn die Strahlen werden durch den Magneten abgelenkt.

A. Classen (Hamburg), Fresnelsche Interferenzen von zwei planparallelen Platten als Vorlesungsversuch.[1])

Fällt Licht durch zwei nahezu parallele Platten von gleicher Dicke, so entstehen Interferenzstreifen; dieselben sind leicht zu beobachten mit auf unendlich eingestelltem Auge oder Fernrohr und sind als Brewstersche Streifen bekannt. Unter bestimmten Verhältnissen sind diese Streifen auch objektiv zu projizieren und ergeben dann eine ausserordentlich schöne und glänzende Interferenzerscheinung, die als Grundversuch in einer Vorlesung für die Einführung in die Wellenlehre des Lichtes sehr geeignet erscheint. Die Entstehungsweise dieser Streifen veranschaulicht die nachstehende Figur. Von



einem Lichtpunkte L werden an den beiden Flächen der Platte I die Bilder L'_1 und L'_2 erzeugt. L'_1 giebt an der Hinterfläche von II das Bild L_1 und L'_2 an der Vorderfläche von II das Bild L_2. Die beiden lichtaussendenden Punkte L_1 und L_2 lassen sich nun vollständig wie die beiden Bilder in Fresnels Zweispiegelversuch betrachten und müssen genau das gleiche Interferenzstreifensystem geben. Die Mitte dieses Streifensystems, also der in der Projektion allein sichtbare Teil, muss in der zu der Strecke $L_1 L_2$ senkrechten Symmetrieebene liegen. Sendet man daher ein schmales Lichtbündel aus einer Projektionslampe auf die Platte, so kann man diese Mitte des Streifensystems in dem zweimal reflektierten Bündel aus leicht zu übersehenden geometrischen Gründen nur dann haben, wenn der reflektierte Strahl zwischen den beiden Platten senkrecht zur Halbierungslinie des Winkels zwischen beiden Platten verläuft. Genügt man dieser Bedingung, so erhält man leicht auf dem Projektionsschirm neben dem Lichtfleck, der von dem direkt durchgehenden Lichte herrührt, den von dem zweimal reflektierten Lichte herrührenden Fleck, und in diesem, wenn der Winkel zwischen den Platten hinreichend klein ist, deutliche und breite Interferenzstreifen. Ist die Ebene des Neigungswinkels der Platten und der Lichtstrahl horizontal, so ist notwendig, da man nahezu senkrechte Incidenz hat, das zweimal reflektierte Licht sehr schwach. Wählt man den Neigungswinkel grösser, so wird zwar das reflektierte Licht heller, aber gleichzeitig wird der Streifenabstand enger, so dass die Streifen bald aus einiger Entfernung nicht mehr beobachtet werden können. Bis zu sehr grossen Neigungswinkeln und Fernrohrbeobachtung und homogenem Licht ist diese Erscheinung von Lummer verfolgt worden. Für die objektive Darstellung kann man die gleiche Erscheinung in beträchtlicher Lichtstärke erhalten, wenn man die Ebene des Neigungswinkels der Platten senkrecht stellt bei horizontalem Lichtstrahl; man kann dann das Licht sehr schräg auf die Platten auffallen lassen, ohne den Neigungswinkel zu vergrössern, indem man in der Figur den Lichtpunkt gewissermassen senkrecht nach vorn aus der Papierfläche heraustreten und die Lichtstrahlen schräg durch die Papierfläche hindurchtreten lässt. Man kann dann auch noch die Platten bedeutend voneinander entfernen und erhält eine Aufstellung, die äusserlich ganz derjenigen im Jaminschen Interferenzrefraktometer ähnelt, nur dass in ihr die Schnittlinie der Platten horizontal, während sie bei Jamin vertikal liegt. Man kann dann das direkte Licht abblenden und erhält ein lichtstarkes Interferenzstreifensystem, indem man durch Ändern der Plattenneigung den Streifenabstand beliebig variieren kann.

Die Erscheinung wurde vorgeführt, indem dabei das Bild, das das Kondensorsystem einer Projektionslampe von der positiven Kohlenspitze entwirft, dicht an die eine Platte gelegt wurde. Zum Gelingen des Versuchs in dieser Anordnung ist nur ein gutes Plattenpaar erforderlich. Die Platten müssen gut plan und aus einem Stücke geschnitten sein, damit sie genau die gleiche Dicke haben.

1) Abteilung 2, am 22. Sept. 1903.

R. Wachsmuth (Rostock), Schneidentöne und Labialpfeifen.[1])

Zum Verständnis der Tonbildung bei Labialpfeifen muss man die Vorgänge zwischen Kern-

1) Abteilung 2, am 24. Sept. 1903.

spalt und Mitte der Pfeife genau kennen. Um diese zu studieren, thut man gut, zunächst von dem Resonanzrohr abzusehen und die Erscheinungen zu untersuchen, welche auftreten, wenn in einen blattförmigen Luftstrom eine Einlage gebracht wird. Um den Pfeifenteilen zu entsprechen, wird der Luftstrom aus einem Windkasten mit rechteckiger Öffnung austreten und gegen die scharfe Schneide eines der Spaltöffnung parallelen Keiles anschlagen müssen. Auch bei dieser Anordnung treten Töne auf, die sogenannten Schneidentöne. Sie sind im allgemeinen höher als die Töne von Orgelpfeifen mit der gleichen Maulweite.

Bringt man zunächst die Schneide vor die Spaltöffnung, so erhält man gar keinen Ton.

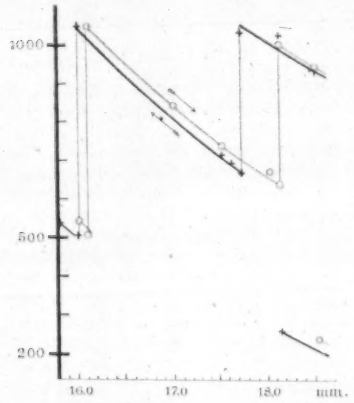


Fig. 1.

Bei Vergrösserung des Abstandes und möglichst axialer Führung der Schneide tritt jedoch schon bei ziemlich kurzen Entfernungen ein hoher Ton auf. Die Tonhöhe ist bei gleichem Abstand abhängig vom Luftdruck. Mit wachsender Entfernung wird der Ton tiefer — entsprechend einem abnehmenden Luftdruck — bis zu einem gewissen, vom Blasedruck und der Spaltweite abhängigen Abstand. Hier springt der Ton plötzlich um eine Oktave in die Höhe, wird bei weiterem Wachsen der Entfernung wieder tiefer, bis ein zweiter Sprung erfolgt, diesmal um eine Quint in die Höhe, wobei die anfängliche Tonhöhe wieder erreicht wird. Jetzt verliert der Ton schnell an Reinheit, doch gelingt es manchmal, noch einen dritten Sprung zu hören. (In Figur 1 ist für einen willkürlichen Druck die Abhängigkeit der Tonhöhe [Schwingungszahlen] von dem Keilabstand gezeichnet.) Schliesslich tritt noch ein Sprung, diesmal um eine Oktave in die Tiefe auf, wenn man in der Lage zwischen erstem und zweitem Sprung mit dem Keile aus der Mitte auf die Seite geht. (Vgl. hierzu die verschiedenen Lagen des Keils in der Figur 2.)

Eine Erklärung dieser Sprünge wurde auf photographischem Wege gesucht. Ein an anderer Stelle näher zu beschreibender Apparat besass in einem lichtdicht verschlossenen Kasten eine grosse, sehr schnell rotierende Trommel, auf welche ein Film aufgespannt war. Die Belichtung des Films erfolgte durch eine schmale Öffnung in dem Kastendeckel. Über diese Öffnung war auf dünnster Glimmerplatte der zu photographierende Teil der Pfeife oder die Windlade mit Keil aufgebaut. 40—50 cm über dem Film war die Funkenstrecke angebracht. Die Beleuchtungsfunken wurden durch die Partialentladungen einiger Leydener Flaschen ge-

Fig. 2.

bildet. Wenn nun der Luftstrom der Pfeife mit Ätherdampf versetzt war, so erhielt man durch jeden Funken als Schliere auf dem Film ein Bild von dem augenblicklichen Zustande des Luftstroms. Der Film rotierte so schnell, dass jede 4000stel bis 6000stel Sekunde eine Aufnahme erfolgen konnte, eine einzelne Schallschwingung sich also in mehreren Phasen zerlegen liess.

Auf diesem Wege wurde nachgewiesen, dass das Luftband, welches aus einem rechteckigen Spalt austritt, sich schon von vornherein in einem labilen Gleichgewichtszustande befindet, und daher praktisch schon eine kurze Strecke von der Öffnung entfernt abwechselnd nach beiden Seiten pendelt. Unter Wirkung der widerstehenden, weil ruhenden Luftumgebung entsteht dadurch ein Luftstrom von der in Figur 2 abgebildeten Gestalt.

Die in diese Figur hineingezeichneten verschiedenen Keillagen 1—4 sollen eine Erklärung

für die verschiedenen Höhen und Sprünge der Schneidentöne bieten. Der Ton entsteht durch Anschlagen der sich vorwärts bewegenden, dabei aber quer gestellten Blattflächen. Da diese dem abnehmenden Druck entsprechend mit der Entfernung langsamer wandern, so wird der Ton tiefer. Geht man mit dem Keile aus Stellung I langsam in Stellung II über, so kommt der Augenblick, wo wegen der Krümmung des Bandes statt eines Anschlages deren zwei in nahezu derselben Zeit erfolgen.[1]) Das entspricht also dem ersten Tonsprung um eine Oktave in die Höhe. Analog erhält man bei der dritten Stellung drei Anschläge statt zwei und dadurch den Quintensprung. Rückt man schliesslich von II zur Seite in Stellung IV, so schlägt jetzt nur noch die gewöhnlich in einem Wirbel zusammenhängende gemeinsame Kante zweier Luftschichten an den Keil, und es muss ein Oktavensprung in die Tiefe erfolgen. Die Entfernung der Sprungstellen voneinander und von dem Spalte ist von der Stärke des Winddruckes abhängig. Diese Erklärungsweise wird durch eine Reihe von projizierten Filmaufnahmen in den verschiedenen Gebieten belegt.

Aus der Bewegungsgeschwindigkeit des Film und dem Abstand zwischen zwei Bildern gleicher Phasen lässt sich die Tonhöhe direkt berechnen.

Weitere Versuche betreffen die Resonanz. Hält man in die Nähe des Keils in Lage II eine verstellbare Resonanzröhre, so lässt sie sich leicht auf den Schneidenton einregulieren und verstärkt ihn dann kräftig. Verlängert man das Rohr, so verändert sich zuerst etwas die Tonhöhe des Resonanztones, doch bleibt bald die Resonanz aus und der ursprüngliche Schneidenton stellt sich wieder her. Bei Verdoppelung der Rohrlänge aber zwingt die Resonanz der Luftlamelle ihre eigene Periode auf, der Ton springt nun eine Oktave in die Tiefe und wird wieder laut und rein.

Geht man jetzt von den Schneidentönen zu den Pfeifentönen über, so wird der Unterschied lediglich im Resonanzraum liegen. Ist der anblasende Luftstrom stark genug, um die Eigenschwingung des Resonanzraumes lebhaft zu erregen, so kommt der Zerfall in die einzelnen Schichten nicht mehr zustande, vielmehr unterstützt dann der Resonanzraum die ursprüngliche Schwingung der Lamelle so kräftig, dass jezt das Luftband nicht mehr abbricht, sondern in ganzer Länge in der schon vielfach dargestellten Weise um die Lippe pendelt. Dabei gehört zu einer beliebigen Schwingungsperiode offenbar jedesmal ein ganz bestimmter Luftdruck. Einen gewissen Spielraum gewährt die Resonanz.

Wird aber der Druck zu klein, so bietet diese keine Unterstützung mehr, und das Blatt zerfällt wie bei dem Keile allein. Es treten Schneidentöne auf. Man kann bei kleinen Pfeifen durch vorsichtiges leises Anblasen leicht eine ganze Reihe von ihnen erhalten. Von diesen werden, die einem Oberton der Pfeife entsprechen, durch Resonanz verstärkt, behalten aber ihre Gestalt als Schneidentöne genau wie in der Figur.

Wird der Luftdruck grösser, als für die dem Resonanzraum entsprechende Grundschwingung nötig ist, so zwingt auch hier der Resonanzraum eine Zeit lang seine Periode auf, dann aber springt der Ton plötzlich in den nächsten Oberton der Pfeife, jedoch wieder als Grundschwingung und ohne Zerfall, weil eben dem gesteigerten Luftdruck die erhöhte Periode entspricht und die Resonanz der Pfeife den Zerfall verhütet.

Auch von den Orgelpfeifen werden Filmaufnahmen projiziert, die Grundton sowie die Obertöne bei Über- und Unterdruck demonstrieren.

Diskussion.

(Von den Beteiligten durchgesehen.)

Hensen-Kiel: Meine Resultate stimmen wohl nicht ganz mit den hier geschilderten überein. Ich habe diese Wellen in der Lamelle nicht finden können. Der Ton beginnt hoch und sinkt kontinuierlich. Ich glaube, das, was ich angegeben habe, wird sich mit der Zeit ebensowohl bewähren, wie das, was hier Wachsmuth angegeben hat. Die Wirbel habe ich nicht finden können, darauf will ich aber nicht eingehen. Was ich betonen möchte, ist, dass man eine Analyse des Strahles selbst machen müsste, um diese ganze Erscheinung zu studieren. Ich habe die Analyse dieses Strahles zwar gemacht, und sie hat mir manches Überraschende ergeben; leider kann ich sie aber nicht fortsetzen. Es handelt sich darum, zu untersuchen, wie innerhalb der Luftlamelle einerseits die Geschwindigkeit der Luft und andererseits die Dichte der Luft sich verhält.

Da habe ich mit einem Spalt und einem Manometer so untersucht, dass ich ganz kleine Abteilungen bildete; der blasende Spalt war etwa 1 mm breit, und nun untersuchte ich die Verhältnisse von Hundertstel zu Hundertstel Millimeter; da fand ich, dass in komplizierter, aber überraschender Weise die Dinge sich darstellen, eine Luftverdünnung in der Lamelle geht bis

1) Diese Annahme ist, wie die folgende Diskussion ergeben hat, in der vorliegenden Form unhaltbar. Die auf der Versammlung vorgeführten kinematographischen Aufnahmen der Luftschwingungen vor und nach dem ersten und zweiten Sprung ergaben jedoch ganz der Figur 2 entsprechende Bilder. In dieser Richtung wird also nach dem noch unbekannten Zusammenhang gesucht werden müssen.

über 15 mm Wasserdruck[1]) und mehr, je nach der Geschwindigkeit im Strahle. Wie das Verhalten sich in ganz eigentümlichen Figuren bei starkem Atmosphärendruck gestaltet, hat u. a. Mach beschrieben. Ich habe nur bei geringem Druck Versuche angestellt und möchte darauf aufmerksam machen, dass eine genaue Analyse der Vorgänge innerhalb des Strahles meiner Ansicht nach erforderlich ist, um voll und ganz diese Verhältnisse festzustellen. Wenn man Rauch beimengt, können doch wohl Störungen innerhalb der Luft entstehen. Ich habe den Umschlag nicht gehabt, den wir hier gehört haben, wenn die Schneide in der Mitte der Lamelle verschoben wurde, er tritt ein, wenn sie schräg durchgeführt wird. Das sind aber Fragen, die durch weitere Untersuchungen zu klären sind.

Ich bin nicht in der Lage gewesen, Wachsmuths Erklärung vollkommen zu verstehen. Das ist wohl eine Schwäche. Was ich betonen wollte, ist, dass wohl eine genaue Analyse der Lamelle weiterführen würde.

Rubens-Charlottenburg: Darf ich fragen, wie Sie den Druck hier innerhalb des Strahles gemessen haben? Handelt es sich um den hydrodynamischen Druck innerhalb des Strahls? Dieser ist bekanntlich von der Richtung abhängig.

Hensen: Ein mit einem Manometer verbundenes Rohr wird in die Schichten der Lamelle eingelegt. Zur Bestimmung des Geschwindigkeitsdruckes hat es vorne einen feinen Spalt, für Messung der Dichte seitlich vorne ein sehr feines Loch. Es lässt sich im einzelnen vielleicht etwas dagegen sagen, die Regelmässigkeit der Resultate scheint mir diese Zuverlässigkeit zu beweisen.

Rubens: Ich wollte noch eine Frage an Herrn Prof. Wachsmuth stellen. Ich habe nicht verstanden, warum, wenn man den Keil in Lage I (vgl. Fig. 2) bringt, man dann weniger Ausschläge bekommt, als wenn man ihn in die Lage II bringt.

Wachsmuth: Nehmen wir die Grenzstellung I und II. Im Gebiet I schlägt nur das unterste Band gegen den Keil. Unmittelbar darüber, im Gebiet II, schlägt noch ein zweites Band in nahezu derselben Zeit an. In demselben Zeitraum, in welchem bei I nur ein Anschlag erfolgte, erhält man dann zwei.

Rubens: Dann sehe ich aber nicht ein, warum. Wenn man einen fortlaufenden Wellenzug hat und betrachtet einen Punkt, so wird er stets von gleichviel Wellen getroffen, gleichgültig, wo er sich befindet. Ist das ein fortlaufender Wellenzug, so muss es sich auch hier so verhalten.

1) Bei 60 mm Druck im anblasenden Strom.

Drude-Giessen: Hängt die Geschwindigkeit, mit der die Luftlamelle pendelt, mit der Tonhöhe zusammen, oder ist sie davon unabhängig?

Wachsmuth: Die Tonhöhe ist davon abhängig.

Drude: Ich habe hier also zwei Geschwindigkeiten, die Pendelgeschwindigkeit und die senkrechte dazu, mit der sich das Ganze verschiebt.

Wachsmuth: Ja, es ist eine vom Druck abhängende Geschwindigkeit da, mit der die Lamelle hin und hergeht, und weiter eine von diesem Druck ebenfalls abhängende Wanderungsgeschwindigkeit der losgelösten Bänder, die aber mit der Entfernung vom Spalt abnimmt.

Heydweiller-Münster: Ich möchte betonen, dass die ganze Sache nur zustande kommt durch Unsymmetrie, bei ganz symmetrischer Anordnung kann es garnicht passieren. Ich möchte glauben, wenn es möglich wäre, den Keil ganz symmetrisch zu stellen, so würde eine solche Bewegung, solche Wirbel garnicht zustande kommen. Warum geht es denn zuerst nach links und nicht nach rechts, da ist doch eine kleine Unsymmetrie darin. Wenn der Keil hier nahe der Öffnung steht, bildet sich der erste Wirbel, und der zweite in der entgegengesetzten Richtung kann sich nicht ausbilden, denn die zweite Ausbildung kommt erst dadurch zustande, dass die erste Bewegung sich staut. Steht der Keil hier weiter von der Öffnung, kommen beide zustande und dann erfolgt die doppelte Zahl von Anschlägen, wie in der ersten Stellung.

Rubens: Auch wenn der Keil in der Mitte steht, ist ein Zustand labilen Gleichgewichts vorhanden, und bei jeder noch so kleinen Störung kann dann die Vibration zustande kommen. Es ist derselbe Fall, wie der einer elastischen Feder in einer gleichmässig strömenden Flüssigkeit. Ist die Strömung vollkommen gleichmässig, so wird die Feder ausgebogen und bleibt stehen, bei jeder Störung aber kommt die Schwingung zustande.

Wachsmuth: Ich will noch hinzufügen, prinzipiell ist kein Grund einzusehen, weswegen das Gleichgewicht nicht bestehen sollte. In der Praxis aber wird es eben gestört durch ungleichmässige Reibung im Spalt oder durch eine an einer Seite auffallende Schallwelle, die man garnicht verhindern kann. Die Bedingung auf beiden Seiten ist dann nicht mehr gleich. Damit ist der Fall des Pendelns eingeleitet, und des Gleichgewicht ist dann dauernd zerstört.

Hensen sagt, dass er mit Flammen die Wirbel nie gefunden habe und dass vielleicht der Rauch die Resultate beeinflusse.

Wachsmuth: Über Flammen kann ich nichts sagen. Die Erscheinung des Pendelns

einer Luftlamelle ohne Keileinlage war mir zunächst unwahrscheinlich, daher habe ich wohl 20 Aufnahmen an verschiedenen Spalten und bei verschiedenen Drucken gemacht und sie immer wieder erhalten. Noch das eine, ich glaube nicht, dass ein Zusatz von Rauch stört. Aber die Tonhöhe wird anders.

Riecke-Göttingen: Vielleicht giebt folgendes eine Analogie zu der Erscheinung, um die es sich hier handelt. Nehme ich eine gewöhnliche Gartenspritze und bewege die Öffnung im Takte hin und her, so geht ein wellenförmiger Strahl heraus; wenn ich nun in diesen Wellenzug einen Körper hineinhalte, so wird der immer in demselben Takte bewegt wie die Öffnung. Wieso aber von diesem Wellenzug verschiedene Perioden erzeugt werden können, ist mir unverständlich.

Wachsmuth: Der Ton wird an und für sich nicht immer höher, sondern mit wachsendem Keilabstand wird er tiefer, springt aber dann um die Oktave, wird wieder tiefer, und springt noch einmal (vgl. Fig. 1). Die Tonerhöhung bei dem zweiten Sprung ist nur relativ. Es wird dabei nur die alte Tonhöhe wieder erreicht.

Pringsheim-Berlin: Wenn man die kinematographischen Aufnahmen uns auch kinematographisch zeigte, so würde uns die Sache viel anschaulicher und leichter werden.

Kaufmann-Bonn: Wenn hier der Ton plötzlich um eine Oktave überspringt, so kann man sich das vorstellen, ohne dass die Zahl der Erregungen sich in der Sekunde ändert, durch blosse Änderung der Klangfarbe. Es wäre dasselbe, wenn ich bei einer Sirene eine zweite Lochreihe von gleicher Zahl in unsymmetrischer Stellung zur ersten dazwischen mache. Blase ich beide an, so bekomme ich doch den Grundton plus der Oktave als Oberton. Verschiebe ich die zweite Lochscheibe allmählich, so wird die Oktave immer stärker werden, bis die zweite Lochscheibe genau in der Mitte steht. Erst dann ist der Grundton fort und die Oktave ist übrig geblieben. So könnte man das auch hier haben.

Rubens: Ich wollte dasselbe sagen. Die Versuche sind übrigens so schön durchgeführt, dass man sich wirklich die Mühe machen könnte, die Bilder kinematographisch zur Anschauung zu bringen.

Wien-Würzburg: Ich wollte fragen, was die Periode des Tones mit der Stellung des Keiles zu thun hat. Erklären Sie das Tieferwerden des Tones bei Verschiebung des Keiles dadurch, dass der Luftstrom langsamer wird? Der Einfluss der Stellung des Keiles muss bestimmend sein durch die Änderung der Periode des Tones.

Wachsmuth: Die Höhe des Tones bestimmt sich einmal durch den Druck, mit dem das Luftband den Spalt verlässt und sodann durch den Abstand zwischen dem Ende der schwingenden Lamelle und dem Keil.

Wien: Also wir haben eine Anzahl von Schwingungen des Luftstromes in der Sekunde. Diese Zahl muss mit der Schwingungszahl des Tones übereinstimmen. Dann wird die Änderung der Schwingungszahl schon bestimmt durch die Änderung der Tonhöhe.

Wachsmuth: Je grösser der Abstand des Keiles vom Spalt wird, um so mehr verbreitert sich das Luftband, um so langsamer strömt die Luft. (Anm.: d. h. um so seltener sind die Anschläge der losgelösten Bänder.)

Wien: Das kommt doch nicht in Betracht, sondern es kommt doch nur auf die Anzahl der einzelnen Stösse an.

Drude: Ich meine dasselbe mit meiner ersten Frage, was eben Prof. Wien erwähnt hat. Es sind zwei Bewegungen von vornherein zu unterscheiden, die oszillatorische Bewegung der Luft und die translatorische Bewegung des Ganzen. Die müssen in einer gewissen Beziehung stehen, weil Sie gefunden haben, dass die Tonhöhe mit der Stellung der Schneide zusammenhängt. Den Zusammenhang selbst kann man von vornherein nicht übersehen, und deshalb, weil man die Beziehung der beiden senkrechten Bewegungen nicht von vornherein übersehen kann, ist diese Überlegung, die Sie angestellt haben, nicht überzeugend.

Heydweiller: Der Beweis scheint mir noch nicht geliefert zu sein, dass dieselbe ausströmende Luftschicht oszilliert. Mir scheint es so zu sein, dass der erste Strom nach einer Seite geht, der nächste staut sich an ihm und geht nach der anderen Seite, es ist gar keine oszillierende Luftschicht, es entstehen Diskontinuitäten an den Wirbelstellen und die einzelnen Teile schreiten getrennt fort, wie die Tropfen eines zerfallenen Flüssigkeitsstrahls. Nun sehe ich die Abhängigkeit der Tonhöhe von der Stellung des Keiles allerdings auch nicht ein.

Bernstein-Halle: Als Mathematiker möchte ich mir eine Frage erlauben. Wenn es sich hier darum handelt, dass labiles Gleichgewicht in eine stabile Bewegungsform übergeführt wird, so möchte ich fragen, ob bei dem Überschlagen der Töne auch Energieänderungen sich nachweisen lassen, wie sie dem Übergang von labiler in stabile Lage entsprechen.

Wachsmuth: Das wird sich a priori sehr schwer sagen lassen und wird mit einer grossen Reihe von Schwierigkeiten verknüpft sein, und ich übersehe zunächst nicht, wie es experimentell anzustellen ist [1]).

1) Für Luft, welche unter hohen Drucken aus engen Öffnungen gepreßt wird, liegt eine Arbeit von Parenty (Ann. de Chim. et de Phys. [7] 12, 289, 1897) vor, welcher die dabei auftretenden stehenden Maxima und Minima des Druckes

Wien: Ich erinnere an den Satz von Helmholtz, dass die kinematische Energie in einem wellenförmig fortschreitenden Strom kleiner ist, wie in einem geraden Strom. Daraus folgt, dass der gerade sich ausbreitende labil ist, und dass er immer in eine Schlangenlinie überzugehen streben wird, weil er da in dem Zustand kleinerer Energie ist.

mit manometrischen Sonden nachgewiesen hat. Für so geringe Drucke, wie die bei den Schneidentönen auftretenden, dürfte diese Methode aus dem oben von Prof. Rubens angegebenen Gründen ihre Bedenken haben.

E. Grimsehl (Hamburg), **Analyse und Synthese von Schwingungen.**[1])

Zur Konstruktion des Ihnen heute vorzuführenden Apparates zur Analyse von Schwingungen veranlasste mich der Wunsch, bei der Bestimmung der Schwingungszahl eines Tones mit der gewöhnlichen Lochsirene ein Zählwerk zu benutzen, das vollständig unabhängig von der Umdrehung der Sirenenscheibe ist, um den Übelstand zu vermeiden, dass durch die Einschaltung des Zählwerks eine Störung der Umdrehungsgeschwindigkeit erfolgt. Zu dem Zwecke versuchte ich, einen durch die Lochreihe der gedrehten Sirenenscheibe fallenden Lichtstrahl auf eine bewegte photographische Platte fallen zu lassen. Die Unterbrechung des Lichtstrahls musste sich dann auf der photographischen Platte durch eine Reihe dunkler Punkte bemerkbar machen. Wenn man nun die Zeit kennt, während welcher die Platte bewegt wird, so ist eine Abzählung der dunklen Punkte, also auch eine unmittelbare Bestimmung der Unterbrechungen, d. h. der Schwingungszahl des Tones ausführbar. Die einfachste Art der Bewegung schien mir die zu sein, dass ich eine photographische Platte vor dem unterbrochenen Lichtstrahl vorbeifallen liess. In der That erwies sich dieses Verfahren als gut ausführbar, und so kam es nur darauf an, eine bequeme Versuchsanordnug zu treffen. Dieses ist durch den vor Ihnen stehenden Apparat (Fig. 1) vollkommen erreicht.

Der Apparat besteht aus einem auf einem Stative aufgestellten astronomischen Fernrohr. An der Stelle, wo das reelle Bild des Gegenstandes erzeugt wird, ist eine Hülse angebracht, durch welche eine photographische Platte von 3 cm Breite in einem beabsichtigten Augenblick hindurch fallen kann. Zu dem Zwecke ist auf die obere und untere Seite der Hülse eine flache, durch einen Schieber verschliessbare Kassette aufgesteckt. In die obere Kassette wird vor Beginn einer Beobachtung eine photographische Platte in einem passenden Metallrahmen eingebracht. Zieht man dann den Kassettenschieber heraus, so fällt der Metallrahmen mit der Platte auf einen in der mit dem Fernrohr verbundenen Hülse befindlichen Haltestift, der entweder durch einen Druckknopf oder auf pneumatischem Wege durch Drücken auf einen Gummiball zurückgezogen werden kann, wodurch der Metallrahmen mit der photographischen Platte frei wird. Die Platte fällt herunter, durch das Fernrohr hindurch in die untere Kassette, die nun verschlossen wird. In der Dunkelkammer kann dann die Platte entwickelt werden.

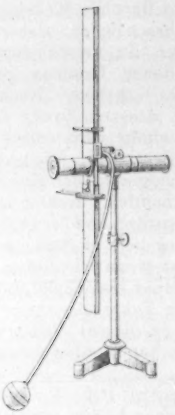


Fig. 1.

Um mit dem Apparate Beobachtungen zu machen, stellt man zuerst das Okular des Fernrohres so ein, dass man das Korn einer in die Hülse eingesetzten Mattscheibe oder die Zeichnung eines eingesetzten photographischen Negativs oder Diapositivs möglichst scharf sieht. Zur Einstellung eignet sich gut ein altes photographisches Negativ, auf dessen Schicht man mit einem scharfen Messer einige scharfe Striche gezogen hat. Das eingestellte Okular des Fernrohres dient jetzt als photographische Einstelllupe, die man ohne Mattscheibe zur Einstellung des Objektivs benutzen kann. Dann stellt man das Objektiv, ohne das Okular zu verschieben, scharf auf den zu beobachtenden Gegenstand, also in dem oben beschriebenen Falle die Löcherreihe der Sirenenscheibe, ein, nachdem man die beiden Kassetten, die obere mit Platte versehen, eingesetzt hat. Jetzt ist der Apparat zur Aufnahme vorbereitet. Man setzt die Sirenenscheibe in Bewegung und drückt in dem Augenblicke, wo der erzeugte Ton die verlangte Höhe hat, auf den Ball. Die Aufnahme ist vollendet, und nach der Entwicklung der Platte kann die Zählung der

1) Abteilung 2, am 23. Sept. 1903.

Schwingungen erfolgen. Um die Fallzeit der Platte zu bestimmen, macht man denselben Versuch mit einer gleichartigen photographischen Platte, auf der man die Schwingungen einer Stimmgabel von bekannter Schwingungszahl photographisch fixiert. Aus einer grösseren Zahl von Beobachtungen hat sich ergeben, dass die Fallzeit der photographischen Platte mit nur minimalen Abweichungen immer dieselbe ist. Das ergiebt sich daraus, dass die verschiedenen photographischen Stimmgabelkurven vollständig zur Deckung gebracht werden können. Bei dem vorliegenden Apparat beträgt die Fallzeit, d. h. die Zeit, während welcher die Platte vor einem Punkte des reellen Bildes vorbeifällt, annähernd 0,05 Sekunde.

Beim Arbeiten mit dem Apparat hat sich nun ein ganz ausserordentlich ausgedehntes Anwendungsgebiet desselben geboten, von denen ich Ihnen einige kleine Proben vorführen möchte.

Bevor ich Ihnen jedoch die Aufnahmen vorführe, möchte ich noch eine Versuchsanordnung zeigen, die sich zum Studium der Schwingungen tönender Stimmgabeln, Saiten u. s. w. als brauchbar erwiesen hat: Sie sehen hier den leuchtenden horizontalen Leuchtkörper einer Nernst-Lampe Modell B 1902, von der ich die Vorwärmungsspirale entfernt habe, die also zum Brennen mit einem Streichholz vorgewärmt werden muss. Der Nernst-Körper ist eine für viele Zwecke bequem brauchbare Lichtquelle, die den Spalt bei vielen Versuchen ersetzen kann, wie ich übrigens gestern bei einem Apparate, den ich in Abteilung 12[1]) vorgeführt habe, schon gezeigt habe. Vor dem leuchtenden Nernst-Faden habe ich eine Stahlsaite vertikal ausgespannt. Richte ich nun den photographischen Apparat auf den Nernst-Körper und stelle auf die Saite scharf ein, so sehe ich eine helle Linie mit einem dunklen Flecke dort, wo die Saite ist. Nun setze ich die Saite in Schwingung, drücke auf den Ball, und die Aufnahme ist beendet.

Der leuchtende Nernst-Faden hat auf der Platte einen schwarzen Streifen erzeugt, auf dem sich beim Entwickeln eine Wellenkurve zeigt, die daher rührt, dass die durch die Saite hervorgerufene Unterbrechungsstelle des leuchtenden Fadens sich infolge der Schwingung der Saite hin und her bewegt hat. Aus der erhaltenen Schwingungskurve ist der Charakter des von der Saite erzeugten Tones mit Klarheit zu erkennen. Ich werde die eben ausgeführte Aufnahme heute noch entwickeln, um sie Ihnen am Schlusse der heutigen Sitzung zu zeigen. Jetzt möchte ich Ihnen die Resultate von Versuchen vorführen, die ich zu Hause gemacht habe.

Figur 2 zeigt eine Aufnahme des durch eine rotierende Sirenenscheibe fallenden Lichtstrahls. Dass diese Aufnahme wohl geeignet ist, die Gesetze des freien Falles der fallenden photographischen Platte aus dem zunehmenden Abstande der aufeinander folgenden Lichteindrücke abzuleiten, mag nur nebenbei bemerkt werden.

Figur 3 zeigt die Schwingungskurve, die dadurch erzeugt ist, dass die Zinke einer schwingen-

Fig. 2.

Fig. 3.

Fig. 4.

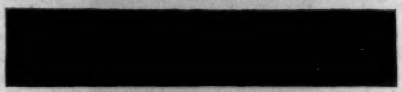


Fig. 5.

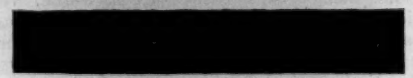


Fig. 6.

Fig. 7.

Fig. 8.

Fig. 9.

den Stimmgabel von 435 Schwingungen vor dem Nernst-Körper in Schwingungen versetzt ist.

Figur 4 ist die Aufnahme einer frei von Obertönen schwingenden ausgespannten Saite.

In Fig. 5 sehen Sie das Mitklingen der Oktave des Grundtones als Oberton.

Figur 6 und 7 zeigt noch andere Obertöne, deren Schwingungszahl sich durch einfaches Abzählen der Schwingungen ergiebt. Die eben gezeigten Kurven erinnern an die schon

[1]) Vergl. S. 756 (dieser Zeitschr. **4**, 1903.)

früher von Raps und Krigar-Mentzel ausgeführten Photographien von schwingenden Saiten. Thatsächlich ist das Grundprinzip der Anordnung bei meinen Aufnahmen dasselbe wie bei den Rapsschen Versuchen. Nur ist die Versuchsanordnung und die Ausführung der Versuche bei meinem Apparat so einfach, dass, wie Sie eben gesehen haben, kaum eine Vorbereitung für eine Beobachtung nötig ist.

Bei der Leichtigkeit der Ausführung der Versuche lag es nahe, auch andere oszillatorische oder schnell verlaufende Vorgänge mit dem Apparate zu untersuchen. So wurde denn auch versucht, elektrische Entladungen zu studieren, um vielleicht elektrische Wellen aufzunehmen, obwohl die hohe Schwingungszahl der elektrischen Wellen wenig Aussicht auf Erfolg versprach. Bei diesen Aufnahmen, die von stud. phys. Westphal in Hamburg gemacht sind, ergab sich das in Figur 8 dargestellte Bild. Das Bild stellt die Funkenstrecke eines 30 cm Induktors dar, in dessen Zuleitung eine grosse Kapazität in Gestalt grosser Leydener Flaschen eingeschaltet wurde. Zwischen die eine Leydener Flasche und die Funkenstrecke wurde eine kleine Selbstinduktion eingeschaltet, deren Grösse aber ohne wesentlichen Einfluss auf das Auftreten der Erscheinung zu sein schien, wenn sie nur eine gewisse Grösse überstieg. Die bei dem Entladungsfunken auftretende Aureole wurde, weil sie zu störenden Schleiern der Platte Veranlassung gab, mit dem Munde fortgeblasen. Offenbar sind die eigentümlichen Wiederholungen der Entladung Teilentladungen, die der ersten Hauptentladung folgen. Die geringere Stärke der nachfolgenden Entladungen rührt davon her, dass durch den ersten Entladungsschlag der Flaschen die zwischen den Spitzen befindliche Luft ionisiert ist, dass also demnach zu den folgenden Entladungen nur ein geringeres Entladungs-Potential nötig ist, als zu der ersten Entladung. Dass diese wiederholten Entladungen keine elektrischen Schwingungen sind, ergiebt sich ausser aus der für elektrische Schwingungen zu geringen Schwingungszahl daraus, dass an den Elektroden keinerlei Polwechsel zu beobachten ist. Die Teilentladungen folgen der Hauptentladung in Zeitzwischenräumen von ungefähr 0,0003 Sekunden.

Figur 9 endlich zeigt die Aufnahme einer singenden Bogenlampe. Die Helligkeitsschwankungen des Lichtbogens finden einen genügend deutlichen Ausdruck in dem Bilde.

Ich glaube, dass die gezeigten Beispiele genügen, um das ausgedehnte Anwendungsgebiet des Apparates zu veranschaulichen, wenn auch mit den gebotenen Beispielen das Gebiet noch lange nicht erschöpft zu sein scheint. Ich denke, dass Aufnahmen von Insektenflügelschlägen, ähnlich wie sie Herr Professor Lendenfeld-Prag ausgeführt hat, auch mit diesem Apparat ausführbar sind. Die Bestimmung der Geschwindigkeit schnell verlaufender Bewegungen muss ebenfalls ausführbar sein, indem man eine Kurve erhält, deren vertikale Komponente durch die Fallräume der Platte, deren horizontale Komponente durch die beobachtete Bewegung erzeugt wird.

Fig. 10.

Im Anschluss an diesen Apparat, der die Schwingungen und die schnell verlaufenden Erscheinungen gewissermassen analytisch aufnahm, möchte ich nun eine Wellenmaschine vorführen, die die Synthese der Schwingungen ausführen soll.

Der Apparat, dessen Grundidee in der bekannten Pfaundlerschen Wellenmaschine schon vorhanden ist, besteht aus einer Anzahl von

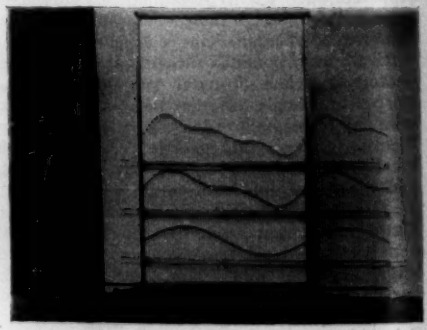


Fig. 11.

Sinusschwingungen, die durch ihre Ordinaten in Gestalt von Stahlstäben mit aufgesetzten Knöpfen dargestellt werden (Figur 10). Das wesentlich Neue an dieser Wellenmaschine ist, dass man die einzelnen Sinusschwingungen in beliebiger Wahl mit beliebiger Phasenverschiebung dadurch zusammensetzen kann, dass man die Ordinaten addiert. Das geschieht einfach dadurch, dass man die einzelnen Stabsysteme

aufeinander setzt und die Stahlstäbe bis zur Berührung mit den unteren Reihen herunterschiebt. So erhalten wir zum Beispiel hier (Figur 11) in der mittleren Reihe ein Bild, das dem einen vorhin gezeigten Bilde der Saitenschwingung, bei der der Grundton mit der Oktave zusammenschwingt, entspricht. Hier ist die Amplitude des Obertones halb so gross wie die Amplitude des Grundtones. Füge ich dieser Schwingung noch die Quinte der Oktave mit einem Drittel der Amplitude des Grundtones hinzu, so erhalte ich das Bild (Figur 11) in der obersten Reihe.

Man kann in derselben Weise beliebige Obertöne in beliebiger Zahl den schon gezeigten Schwingungen hinzufügen. Dabei kann man auch jede beliebige Phasendifferenz benutzen. Es kann also jeder beliebige Klang durch die Summation der Ordinaten der Einzelkurven synthetisch zur Darstellung gebracht werden.

E. Zschimmer (Jena), Über neue Glasarten von gesteigerter Ultraviolett-Durchlässigkeit.[1])

Wie die Untersuchung der bisher bekannten optischen Glasarten ergeben hat[2]), ist die Durchlässigkeit derselben für die ultravioletten Strahlen so gering, dass eine Verwendung von Glaslinsen oder -prismen im Ultraviolettgebiet bisher ausgeschlossen war. Strahlen unterhalb 305 $\mu\mu$ werden von den bestdurchlässigen Krongläsern in 1 cm Glasschicht fast vollkommen absorbiert, während Flintgläser schon für grössere Wellen, bis in den sichtbaren Teil des Spektrums hinein undurchlässig sind. Da die Verwendung von Quarz- und Flussspatlinsen und -prismen ebenso wie die des neuerdings in Jena dargestellten optischen Quarzglases für grössere Dimensionen ebenfalls nicht in Betracht kommen kann, so wurde schon vor mehreren Jahren von Schott der Versuch gemacht, Gläser herzustellen, welche das Ultraviolett in geringerem Masse absorbieren sollten, als die bis

1) Abteilung 2, am 23. Sept. 1903.
2) H. A. Krüss, Diss. Jena 1903 (Jul. Springer, Berlin). A. Pflüger, Annalen d. Physik, 4. Folge, XI, 561, 1903.

Gewöhnliche Glasarten im Vergleich mit „U.V.-Kron". 10 mm Glasdicke.

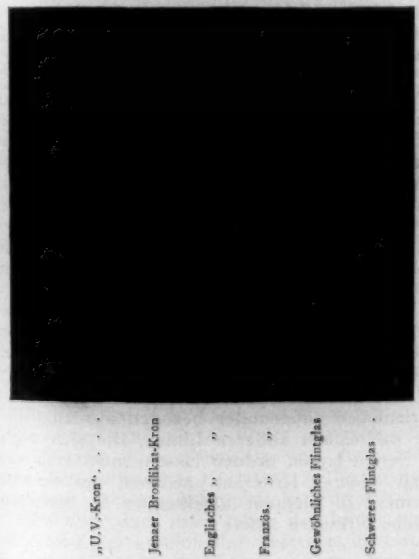


Fig. 1. Durchlässigkeit bei 10 mm Glasdicke.

Deckgläschen von gleicher Dicke aus gewöhnlichem Glas und U.V.-Glas.

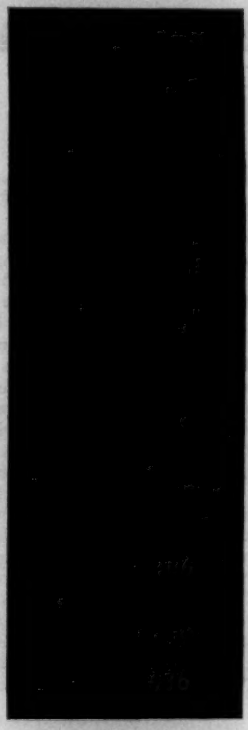


Fig. 2. Durchlässigkeit bei Deckglasdicke.

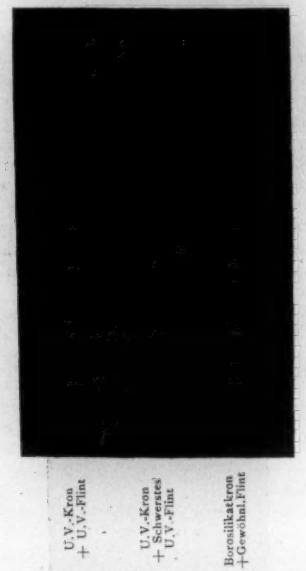


Fig. 3. Durchlässigkeit einer Kombination von Kronglas (10 mm) + Flintglas (10 mm).

dahin bekannten. Diese Versuche zeigten jedoch, dass es durch Variation der chemischen Zusammensetzung allein nicht möglich sei, nach dem gewöhnlichen Verfahren durchlässigere Glasarten herzustellen. Erst neuerdings ist es dem Vortragenden gelungen, ein geeignetes Verfahren zu finden, im grossen Massstabe verschiedene optische Glasarten herzustellen, die für Ultraviolett erheblich durchlässiger sind als die besten bisher bekannten Gläser. Die Messung der Absorption der vom Jenaer Glaswerk dargestellten Gläser hat ergeben, dass bei 305 $\mu\mu$ noch etwa 50 Proz. der ursprünglichen Intensität — nach Abzug der reflektierten Strahlung — durch 1 cm Glasschicht hindurchgehen. Mit abnehmender Wellenlänge steigt die Absorption, so dass die Durchlässigkeit von 50 Proz. bei 280 $\mu\mu$ etwa in 1 mm Glasdicke erreicht wird. Gewöhnliche Gläser sind dann jedoch schon undurchlässig. Die optischen Konstanten der „Jenaer ultraviolett-durchlässigen Glasarten" sind im sichtbaren Teile folgende:

	N_D	$(F-C)\,10^5$	$\frac{N_D-1}{F-C}$
U.V.-Kron 3199 .	1,503	781	64,4
U.V.-Flint 3248 .	1,533	963	55,4
U.V.-Flint 3492 .	1,533	968	55,2
Schwerstes U.V.-Flint S. 249 .	1,653	1270	51,4

Die Durchlässigkeit dieser Gläser im Vergleich mit den bisher bekannten Glasarten ist aus nebenstehenden Spektrogrammen [1]) ersichtlich.

Ausser diesen farblosen Gläsern wurden für spezielle Zwecke auch violette Gläser hergestellt, welche bei möglichst starker Schwächung der längeren Wellen gut durchlässig sind für Blau, Violett und Ultraviolett, und somit gewissermassen Filter für die photographischen Strahlen darstellen.

Dass die gesteigerte Durchlässigkeit der neuen Jenaer Glasarten von Bedeutung sein wird, zeigten einige bereits ausgeführte astrophotographische Versuche des Herrn Dr. Villiger in Jena, welche ergaben, dass man bei Anwendung von Objektiven aus den neuen Glasarten in der That eine erheblich grössere Anzahl von Sternen und merklich gesteigerte Feinheit im Detail erhält, als mit gewöhnlichen Objektiven.

1) Aufnahmen mit Quarz-Flussspat-Spektrographen bei Zeiss in Jena. (Quecksilber-Wasserstoff, erwärmt.)

C. Runge (Hannover), Über die spektroskopische Bestimmung des Atomgewichts.[1])

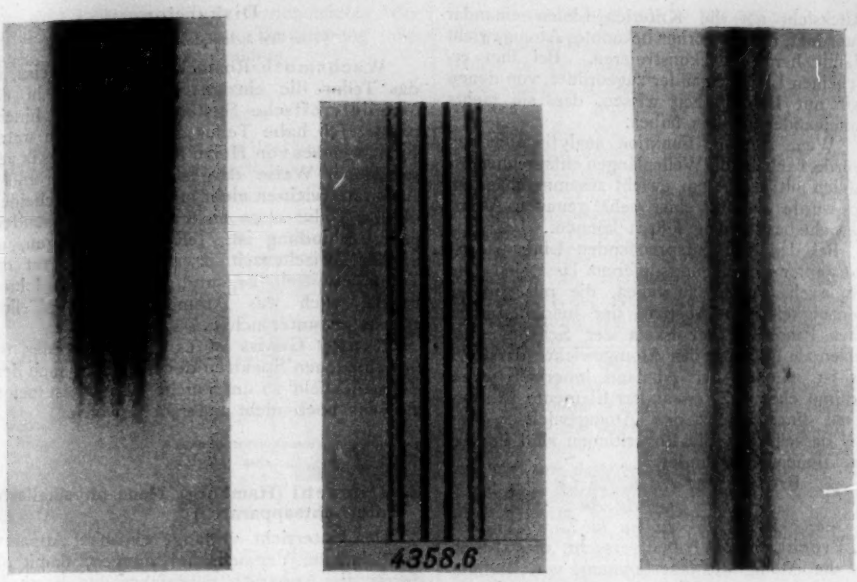
Dass zwischen den Linienspektren der Elemente und ihrem Atomgewicht Beziehungen bestehen, ist schon seit langem bekannt. Man sieht es z. B. unmittelbar, wenn man die Spektren der Alkalien miteinander vergleicht. Die Linien rücken im ganzen genommen mit wachsendem Atomgewicht nach dem roten Ende des Spektrums.

Projektion: Die Spektren der Alkalien.

Bei genauerer Untersuchung zeigt sich sogar, dass jede Linie des einen Elementes einer bestimmten Linie des andern Elementes entspricht. Man erkennt nämlich, dass der Bau eines jeden Spektrums ein ganz regelmässiger ist. Man muss nur die Linien gruppenweise in sogenannte Serien zusammenfassen. Wir erhalten dann bei jedem Element dasselbe Bild und können je zwei Bilder Punkt für Punkt aufeinander beziehen.

Diese Beziehung der Spektren aufeinander ist nun noch nicht bei allen Familien chemischer Elemente gelungen. Überall, wo Serien aufgefunden sind, wie bei *Mg Ca Sr*; *Zn Cd Hg*; *Al In Tl*; *Cu Ag Au* können wenigstens die Serienlinien aufeinander bezogen werden. Für die zahlreichen anderen Linien, die sich nicht zu Serien haben ordnen lassen, muss man sich nach anderen Kriterien umsehen, um sie von Element zu Element aufeinander zu beziehen. Solche Kriterien liefern:

1) Abteilung 4 u. 2, am 22. Sept. 1903.



Ba 4554. *Hg* 4359. *Ba* 4131.

Verschiedene Typen von Zerlegungen im magnetischen Felde.

1. Das Verhalten und Aussehen der Linien, ob sie leicht umkehrbar, ob verbreitert oder scharf, wie die Wellenlänge sich unter Druck ändert, die Intensität bei verschiedenen Temperaturen in der Bunsenflamme, im elektrischen Bogen, im Funken, bei Einschaltung von Selbstinduktion, von Kapazität.
2. Das Gesetz konstanter Schwingungs-Differenzen.
3. Das Verhalten der Linien im magnetischen Felde.

Besonders das Verhalten im magnetischen Felde ist vorzüglich geeignet, uns über das Entsprechen der Linien Aufschluss zu geben.

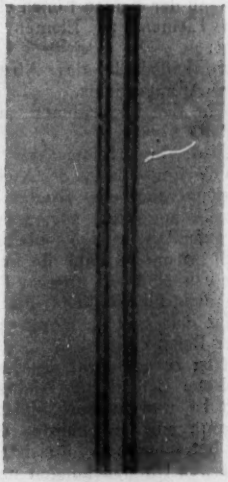
Projektion: Verschiedene Typen von Zerlegungen.

Wenn man die entsprechenden Linien einer Familie von Elementen gefunden hat, so sind die Schwingungszahlen eine glatte Funktion des Quadrats des Atomgewichts.

Projektion: Die Tafel von Ramage.

Es wird auf diese Weise möglich, das Atomgewicht eines Elementes aus den Atomgewichten verwandter Elemente zu bestimmen, graphisch oder durch empirische Formeln.

Natürlich darf man dabei die Linien nur auf Grund der auseinander gesetzten Kriterien einander zuordnen. Wollte man in der Zuordnung willkürlich verfahren, so verliert man bei der grossen Anzahl von Linien jeden festen Boden. So hat Watts meiner Ansicht nach ganz vergeblich gearbeitet, indem er ohne



Ca 3969.

Rücksicht auf die Kriterien Linien einander zuordnet, um ein vorher bekanntes Atomgewicht damit heraus zu konstruieren. Bei ihm erscheinen Linien einander zugeordnet, von denen wir mit Bestimmtheit wissen, dass sie nichts miteinander zu thun haben.

Wenn man die Funktion analytisch kennen würde, nach der die Wellenlängen entsprechender Linien mit dem Atomgewicht zusammenhängen, so würde das zu einer sehr genauen Atomgewichtsbestimmung führen können.

Bei den sich entsprechenden Linienpaaren konstanter Schwingungsdifferenz lässt sich eine empirische Formel aufstellen, die mit grosser Genauigkeit den Abstand der beiden Linien eines Paares in der Skala der Schwingungszahlen als Funktion des Atomgewichts darstellt. Es ist nämlich der Abstand innerhalb einer Gruppe chemisch verwandter Elemente proportional einer Potenz des Atomgewichts, oder was dasselbe ist, die Logarithmen sind lineare Funktionen voneinander.

Projektion: *Na K Rb Cs*
Cu Ag Au
Al Ga In Tl

Precht und ich haben versucht, dies Gesetz auf die Atomgewichtsbestimmung von Radium anzuwenden. Man findet nämlich, dass die stärksten Radiumlinien Paare mit konstantem Abstand bilden.

Projektion: Tabelle der Paare von Radiumlinien.

Diese entsprechen nach dem Zeeman-Effekt gewissen Paaren im Spektrum von *Mg Ca Sr Ba:*

Projektion: Tabelle der entsprechenden Linien.

Der Abstand der beiden Linien eines Paares wächst von Element zu Element mit dem Atomgewicht:

Projektion: Tabelle des Abstandes als Funktion des Atomgewichts.

Wenn man die Logarithmen aufträgt, so ergiebt sich die Figur:

Projektion: Logarithmus des Abstandes als Funktion des Logarithmus des Atomgewichts.

Die Verlängerung der Graden giebt für Radium das Atomgewicht 257, während Frau Curie 225 gefunden hat. Es bleibt vorläufig dahingestellt, ob unsere Zahl die richtigere ist. Frau Curie hält einen so grossen Fehler ihrer Bestimmung nicht für möglich. Für die Reinheit ihres Materials spräche Demarçays spektroskopischer Befund.

Dagegen ist zu erwidern, dass erstens der spektroskopische Befund kein sicherer Beweis der Reinheit ist, und zweitens, dass sich unter den von Demarçay aufgeführten Linien zwei Linien von beträchtlicher Intensität befinden, die nach unseren Untersuchungen unzweifelhaft Baryumlinien sind.

Diskussion.

(Von den Beteiligten durchgesehen.)

Wachsmuth-Rostock: Soviel ich weiss, ist das Tellur die einzige Substanz, die in das Mendelejeffsche System nicht ganz hineinpasst. Ich habe Tellur spektroskopisch untersucht, welches von Herrn Prof. Michaelis in verschiedener Weise dargestellt war, aber meine Apparate reichten nicht aus, um zu entscheiden, ob das Tellur etwa nicht ein Element, sondern eine Verbindung ist. Ich will nun fragen, ob in der Zwischenzeit etwas in Bezug auf das Tellur ermittelt ist, und ob es nicht lohnen würde, auch das Atomgewicht des Tellurs ebenso zu untersuchen.

Runge: Gewiss ist es sehr notwendig, die verschiedenen Spektren der Elemente nach dem Zeeman-Effekt zu untersuchen. Tellur ist meines Wissens noch nicht untersucht worden.

E. Grimsehl (Hamburg), Neue physikalische Unterrichtsapparate.[1])

Der Unterricht verlangt einfache Apparate und einfache Versuchsanordnungen, damit die durch die Apparate vorzuführenden Erscheinungen und die zu entwickelnden und bei den Schülern festzulegenden Begriffe nicht verdunkelt und verdeckt werden durch die Apparate selbst. Der Unterrichtsapparat muss immer Beiwerk bleiben, er darf sich niemals durch seinen Aufbau oder durch seine auffallende Form in den Vordergrund drängen. Die Versuchsanordnungen müssen so durchsichtig und klar sein, dass der Schüler nicht erst nötig hat, den Hauptteil seines Scharfsinnes auf die Entwirrung der Anordnung zu verwenden. Auch die Anforderungen an den mathematischen Verstand müssen möglichst niedrig gehalten werden, wenn es sich um Entwickelung der physikalischen Begriffe handelt. Damit soll durchaus nicht gesagt sein, dass mathematische Entwickelungen aus dem Physikunterricht völlig zu verbannen sind. Vielmehr setzen die mathematischen Entwickelungen dann ein, wenn die physikalischen Grundbegriffe sicher fundiert sind.

Das sind die Richtlinien, die mich bei der Konstruktion physikalischer Unterrichtsapparate geführt haben, von denen ich Ihnen heute einige vorführen möchte. Der erste Apparat soll dazu dienen, die Polstärke eines Magneten in absolutem Masse zu bestimmen, und dann mit Hilfe der bekannten Polstärke die Messung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus auszuführen; der zweite Apparat soll die Aufgabe lösen, die optischen Erscheinungen bei Spiegeln, Prismen und Linsen, sowie bei den

1) Abteilung 12 u. 2, am 22. Sept. 1903.

optischen Instrumenten zu demonstrieren; der dritte Apparat dient zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents.

Die Polwage.

Der Apparat besteht aus drei verschiedenen Teilen (Fig. 1), der eigentlichen Polwage *A*,

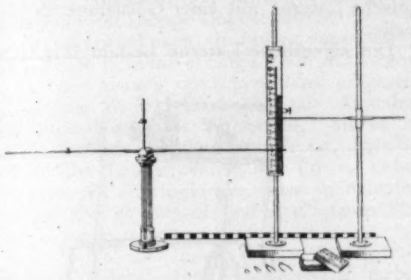


Fig. 1.

dem Vertikalmassstabe *B* und dem Stativ für die abstossende Magnetnadel *C*. Ausserdem gehört noch ein Satz kleiner Reitergewichte aus Aluminiumdraht dazu, die die Grösse von 10 bis 50 Dyn haben, damit die Grösse der zu messenden Kräfte direkt in Dyn ausgedrückt wird. Als Magnetnadeln werden Stricknadeln verwandt, die möglichst gleichartig und gleich magnetisiert sind.

Die eigentliche Polwage *A* besteht aus einem Messingstativ, an dessen oberen Ende die Lager für die Schneiden einer Messinghülse angebracht sind, welche auf der einen Seite zum Hineinstecken einer der Stricknadeln, auf der anderen zum Hineinstecken eines gleich schweren Reiterlineals dient. Nach unten ist an der Hülse eine lange Zunge angebracht, deren untere Spitze einer auf dem Fusse des Stativs befindlichen Spitze in der Gleichgewichtslage gerade gegenüber stehen muss. Oberhalb der Schneide sind noch zwei kleine Balanciergewichte angebracht zum Ausgleich geringer Abweichungen aus der Gleichgewichtslage bei Beginn der Beobachtungen und zur Verschiebung des Schwerpunktes der Wage.

Der Vertikalmassstab *B* besteht aus einem an einem kleinen Stativ auf und ab verschiebbaren Spiegelstreifen, von dem längs der einen Hälfte die Belegung entfernt und durch einen Millimetermassstab ersetzt ist.

Das Stativ *C* dient zur horizontalen Befestigung einer zweiten Magnetnadel, welche in eine federnde, auf der Stativstange verschiebbare Hülse eingesteckt wird.

Bestimmung der Polstärke.

Nachdem man eine der magnetisierten Stricknadeln in der Polwage befestigt und Gleichgewicht hergestellt hat, stellt man hinter den freien Pol der Nadel den Vertikalmassstab so auf, dass der Pol vor dem Nullpunkte der Teilung liegt, und lenkt dann diesen Pol durch den gleichnamigen Pol einer zweiten in dem Stativ *C* befestigten Stricknadel von oben ab. Durch Reitergewichte auf dem Reiterlineal wird darauf das Gleichgewicht wieder hergestellt. Aus der Grösse des Reitergewichts und dem Verhältnis der Hebelarme lässt sich die abstossende Kraft der Pole sofort bestimmen. Die Entfernung der Pole wird am Vertikalmassstabe abgelesen.

Nach dem Coulombschen Gesetze kann das Produkt der Polstärken der abstossenden Pole berechnet werden. Wenn man den Abstand der Pole innerhalb der Grenzen 6—15 cm wählt, so ergiebt sich für das Produkt der Polstärken stets derselbe Wert. Für grössere oder geringere Entfernungen ergiebt sich ein zu kleiner Wert aus Gründen, die ich hier im einzelnen aus Zeitmangel nicht ausführen kann. Bleibt man aber innerhalb der angegebenen Grenzen, so kann die Polwage zur Verifikation des Coulombschen Gesetzes dienen.

Wenn man die Annahme machen kann, dass die beiden benutzten Polstärken gleiche Grösse haben, so kann man die einzelne Polstärke unmittelbar durch Wurzelausziehen finden. Ist diese Annahme nicht zulässig, so muss man noch eine dritte Nadel zu Hilfe nehmen und dann aus drei Bestimmungen die Werte $m_1\ m_2$, $m_1\ m_3$ und $m_2\ m_3$ herleiten. Aus diesen Werten lassen sich dann die einzelnen Polstärken sofort berechnen.

Bestimmung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus.

Hat man die Polstärke eines Magnetstabes bestimmt, so ist die Bestimmung der Horizontalintensität des Erdmagnetismus leicht und rasch ausführbar. Fig. 2 zeigt die ganze Ver-

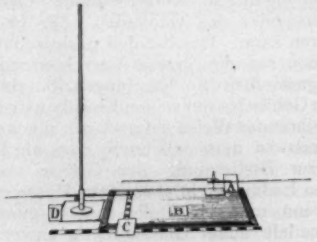


Fig. 2.

suchsanordnung. Man braucht dazu einen Spiegel B, auf dem eine Reihe paralleler Linien die Richtung des magnetischen Meridians angeben. Parallel mit diesen Linien ist ein Millimetermassstab an einer Kante des Spiegels unter dem Spiegel an einer von Belegung befreiten Stelle angebracht. Ausserdem ist längs einer dazu senkrechten Seitenkante ein Strich senkrecht zur magnetischen Meridianrichtung gezogen. Ferner braucht man eine auf einer niedrigen Spitze mittels Glashütchens aufgesetzte Doppelhülse, welche einerseits zur Aufnahme einer der magnetisierten Stricknadeln, andererseits zur Aufnahme eines als Gegengewicht dienenden Messingdrahtes dient. Endlich ist noch das schon vorher benutzte Stativ mit der horizontalen Magnetnadel erforderlich.

Man legt nun den Spiegel so auf den Tisch, dass die Meridianlinien wirklich in die Richtung des magnetischen Meridians fallen. Die auf der Spitze schwebende Magnetnadel dient zur Einstellung. Hierauf lenkt man diese Nadel mittels der festen Nadel um 90^0 ab, also so, dass sie mit der vorhin bezeichneten Senkrechten zusammenfällt. An dem Spiegelmasstabe liest man die Entfernung r der beiden gleichnamigen Pole ab. Die abstossende Kraft der beiden Nadeln, von denen die drehbare die Polstärke m_2, die ablenkende die Polstärke m_1 haben mag, beträgt $K = \frac{m_1 m_2}{r^2}$. Der freie Pol der abgelenkten drehbaren Magnetnadel wird durch das erdmagnetische Feld, dessen Horizontalintensität H betragen mag, in entgegengesetzter Richtung mit der Kraft $K = m_2 \cdot H$ gezogen. Die Gleichheit der beiden Kräfte K ergiebt die Gleichung $m_2 H = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$, woraus $H = \frac{m_1}{r^2}$ folgt. Man braucht also nur die Polstärke der ablenkenden Magnetnadel und die Entfernung der beiden Pole zu kennen.

Die Bestimmung nimmt so wenig Zeit und auch so wenig Aufwand an mathematischen Berechnungen in Anspruch, dass man innerhalb einer Unterrichtsstunde eine grosse Anzahl von Bestimmungen an verschiedenen Orten des Zimmers oder des Gebäudes oder im Freien ausführen kann. Das hat den praktischen Wert, dass man auf die grosse Verschiedenheit des erdmagnetischen Feldes innerhalb eines modernen Gebäudes mit seinen Eisenkonstruktionen in gebührender Weise aufmerksam machen kann.

Bemerken muss ich noch, dass die Polwage auch zur Bestimmung der Grösse von elektrischen Ladungen in absolutem Masse geeignet ist, wenn man an Stelle der magnetisierten Stricknadeln dünne Glasstäbchen anwendet, an deren äussersten Enden leichte Kugeln, z. B. aus Hollundermark, angebracht sind. Die Beziehungen zwischen Elektrizitätsmenge, Spannung und Kapazität sind ohne weiteres experimentell nachzuweisen. Die Polwage ist also zugleich ein absolutes Elektrometer, das in seiner Behandlung sehr einfach ist.

Die Glühlampenlaterne.

Der zweite vorzuführende Apparat ist eine optische Laterne mit einer Glühlampe als Lichtquelle.

Die eigentliche Laterne besteht (Fig. 3) aus

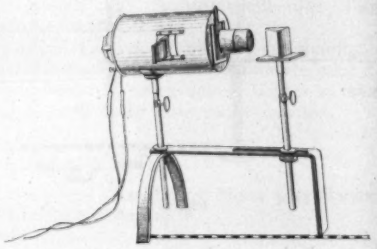


Fig. 3.

einem cylindrischen Gehäuse aus Messingblech, dessen eine, in dem Cylinder drehbare Endfläche in der Mitte die Fassung für eine Glühlampe centrisch und axial trägt. Das Gewinde für die Glühlampe liegt innerhalb des Blechcylinders, dagegen der Ausschalter und die Klemmen für die Stromzuführung ausserhalb des Cylinders. Die der Lampenfassung gegenüber liegende Grundfläche des Cylinders ist durch eine Kapsel verschlossen, in welche mittels passender Nutenführungen Blenden und Spalte, sowie andere Hilfsapparate eingesetzt werden können. Die cylindrischen Flächen der Laterne sind noch mit zwei rechteckigen Durchbohrungen versehen, in welche mittels Nutenführung eine einfache Spaltvorrichtung eingesetzt werden kann. Der Blechcylinder, der im Innern mit Asbestpappe ausgekleidet ist, damit die brennende Glühlampe die Aussenwandungen nicht erhitzt, ist mit einer Stativstange versehen, welche in einem passenden Hülsenstativ oder einer kleinen optischen Bank aufgestellt werden kann. Eine Reihe von Blenden, Schirmen, Hülsen und Tischen, sowie von passenden Prismen und Linsen gestattet die Ausführung jedes in der Schulphysik vorkommenden Versuches in höchst einfacher Weise, so dass ich glaube, mit der Glühlampenlaterne einen bequemen und billigen Ersatz für die umfangreiche und kostspielige Projektionslampe mit Bogenlicht geschaffen zu haben.

Die mir zur Verfügung stehende knappe

Zeit gebietet, nur eine beschränkte Auswahl von Versuchsanordnungen vorzuführen.

Spektralerscheinungen: Als Lichtquelle verwende ich in der Laterne eine Nernst-Lampe Modell B 1902, von der ich die Vorwärmespirale entfernt habe, die ich also durch Erwärmung mittels Streichholz oder Bunsenflamme erst zum Brennen bringen muss. Der leuchtende Nernst-Körper dient unmittelbar als Spalt, von dem ich mittels eines in die Vorderseite der Lampe eingeschalteten Systems von zwei Konvexlinsen ein reelles vergrössertes Bild auf dem Schirme erzeuge. Vor der Lampe, die auf der kleinen optischen Bank aufgestellt ist, ist ein kleines Tischchen zur Aufnahme eines Flintglasprismas aufgestellt. Drehe ich nun die Laterne auf dem Stative so, dass die Strahlen der Lampe durch das Prisma gehen, so erhalte ich ein Spektrum, dass so lichtstark ist, dass Sie es hier bis auf den letzten Platz deutlich sehen werden.

Jetzt zeige ich Ihnen einige Absorptionsspektren, welche durch vorgesetzte farbige Gläser und Gelatinefolien erzeugt werden.

Will ich die Erscheinungen schärfer machen, allerdings auf Kosten der Lichtstärke, so setze ich in die Laterne die verschiebbare Spaltvorrichtung ein, wodurch ein Teil des Nernst-Fadens bis auf einen engen Spalt abgeblendet wird. Ich kann den Spalt beliebig eng machen, aber denselben andererseits bis auf 1 mm dem leuchtenden Nernst-Körper nähern, erhalte also trotzdem eine Helligkeit, die für Schul- und Unterrichtszwecke den weitestgehenden Anforderungen genügt.

Jetzt bringe ich in den Strahlengang ein Löffelchen, in das ich ein Stückchen Natrium lege, und erhitze den Löffel durch eine untergesetzte Gasflamme, bis das Natrium mit stark gelb leuchtender Flamme verbrennt. Sie sehen hier die Umkehrung der Natriumlinie. Die Absorptionslinie des Natriumdampfes tritt als dicke schwarze Linie in dem Spektrum auf.

Objektive Darstellung des Strahlenganges bei der Brechung und Reflexion des Lichtes.

Zur objektiven Darstellung der Reflexions- und Brechungserscheinungen, sowie des Strahlenganges in Prismen und Linsen drehe ich die Lampenfassung so, dass der Nernst-Körper horizontal liegt, und verschiebe das eingesetzte Linsenrohr so, dass der Nernst-Faden in der Brennebene des Linsensystems liegt. Dadurch erhalte ich einen Strahlenkomplex, der in seinem vertikalen Querschnitt nahezu unveränderliche Breite behält, der allerdings im horizontalen Querschnitt aus divergierenden Strahlen besteht; da aber der Beschauer in horizontaler Richtung sieht, so erscheint ihm der Strahlenkomplex wie ein paralleles Strahlenbündel, aus dem ich jetzt durch eine vorgesetzte Blende mit drei breiten horizontalen Spalten drei Strahlenbündel herausblende. Sie können die Strahlenbündel noch weithin getrennt beobachten.

In diese Strahlenbündel werden Spiegel oder Linsen eingesetzt, wie ich hier vorführe. Der Strahlenverlauf ist auch jetzt, wenn ich Tabaksdampf in denselben hineinblase, weithin sichtbar.

Da ich die ganze Laterne wegen ihres geringen Gewichtes schief stellen kann, so kann ich das Strahlenbündel ohne Spiegelung in ein Gefäss mit Wasser leiten, um hier die Brechung zu beobachten. In der Leichtigkeit und Beweglichkeit der Laterne liegt ein Hauptvorzug vor der Bogenlampenlaterne, abgesehen davon, dass man die Laterne wegen ihres geringen Stromverbrauchs in jede beliebige Glühlampenfassung einschalten kann.

Wirkungsweise der optischen Instrumente.

Zum Schluss gestatten Sie, bitte, die objektive Vorführung der Wirkungsweise der sogenannten optischen Instrumente.

Ich ersetze die bisher benutzte Nernst-Lampe durch eine gewöhnliche Nernst-Lampe Modell B 1902 mit mattierter Glaskuppel oder durch eine mattierte 32kerzige Kohlefadenglühlampe und setze in die vordere Kapsel der Laterne eine Blende mit einem durch Löcher dargestellten F, dessen einzelne Löcher den gegenseitigen Abstand von 0,5 bezw. 1 cm haben; die Lochgrösse beträgt 2 mm. Vor die Laterne setze ich in geeignetem Abstande einen grossen Blendenschirm mit eingesetzter Konvexlinse und erzeuge auf diesem Schirme, der mit einer horizontalen und vertikalen Millimeterteilung versehen ist, ein reelles Bild. Sie erkennen, dass man die Grösse des Bildes, also auch demnach die Vergrösserung der Linse unmittelbar ablesen kann.

Als Linsen verwende ich gewöhnliche, nach Dioptrien geordnete Brillengläser, die alle auf denselben Durchmesser abgeschliffen sind und demnach alle in jede der einfachen Linsenfassungen passen.

Stelle ich nun in geeigneter Entfernung dieses aus Konvexlinse und Mattscheibe bestehende normalsichtige Augenmodell auf, so erkennen Sie das deutliche reelle Bild auf der Netzhaut des Auges. Letzteres ist das reelle Bild des von der ersten Konvexlinse erzeugten umgekehrten reellen Bildes. Der so zusammengesetzte Apparat ist ein nur aus einem Objektiv bestehendes Fernrohr. Setze ich vor das normalsichtige Auge diese Konvexlinse, so muss

ich das Auge der ersten Linse nähern, um ein scharfes Bild auf der Netzhaut zu erhalten. Dadurch erreiche ich aber wegen der verringerten Entfernung des Gegenstandes (nämlich des ersten reellen Bildes) von der Augenlinse ein stark vergrössertes Bild auf der Netzhaut. Die vor das Auge gesetzte Konvexlinse kann ich aber auch mit der ersten Konvexlinse fest verbinden. So erhalte ich das astronomische Fernrohr, oder bei anders gewählter Brennweite von Objektiv und Okular das zusammengesetzte Mikroskop.

Die Darstellung des terrestrischen Fernrohrs ist dadurch leicht möglich, dass zwischen Objektiv und Okular noch eine Umkehrungslinse eingesetzt wird.

Das galiläische Fernrohr ist nach meiner Auffassung für den Schüler am leichtesten durch folgende Darstellung verständlich. Das Netzhautbild eines Auges kann auf doppelte Weise vergrössert werden. Erstens dadurch, dass man die Brennweite der Augenlinse durch eine davor gesetzte Konvexlinse verkürzt, dadurch also ermöglicht, dass man den betrachteten Gegenstand nahe an das Auge bringen kann; es wird also hier die Bildweite unverändert gelassen, aber die Gegenstandsweite verringert. Das ist die Wirkungsweise der Lupe. Zweitens könnte man die Bildweite ohne Änderung der Gegenstandsweite vergrössern, wenn man die Augenlinse nach vorn aus dem Auge verschieben und durch eine Konvexlinse von grösserer Brennweite ersetzen könnte. In Verfolg dieses Gedankens setzt man vor das Auge eine Konkavlinse, wodurch das Bild hinter die Netzhaut fällt. Um nun das Bild wieder scharf auf die Netzhaut zu bekommen, setzt man in geeigneter Entfernung vor die Konkavlinse eine Konvexlinse, welche die in das mit der Konvexlinse versehene Auge eintretenden Lichtstrahlen schon konvergent macht, wodurch wieder eine Vereinigung der Lichtstrahlen zu einem reellen Bilde auf der Netzhaut stattfindet. Man kann nun, ohne einen bedeutenden Fehler zu machen, den Abstand der letzteren Konvexlinse von der Netzhaut als die nun vergrösserte Bildweite ansehen, wodurch sich die Vergrösserung des Netzhautbildes erklärt.

Meines Erachtens sollte man bei der schulgemässen Darstellung der Wirkung der optischen Instrumente niemals bei dem virtuellen Bilde des Okulars, das bei den Fernröhren ins Unendliche fällt, stehen bleiben, sondern das auf der Netzhaut entstehende reelle Bild betrachten. Dadurch wird das Verständnis der Wirkungsweise der optischen Instrumente wesentlich erleichtert. Ausserdem ist diese Darstellung frei von dem sonst der Erklärung zu Grunde gelegten subjektiven physiologischen Wirken des Auges, das doch bis zur Entstehung des Bildes auf der Netzhaut rein physikalischer Natur ist.

Apparat zur Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents.

Dieser Apparat ist schon in dieser Zeitschrift 4, 568—569, 1903 beschrieben.

L. Prandtl (Hannover), Zur Torsion von prismatischen Stäben.[1])

Die Verteilung der Verdrehungsspannungen über den Querschnitt des Stabes lässt sich unter Annahme des Proportionalitätsgesetzes in Beziehung setzen zu den der Gestalt einer gleichmässig gespannten Membran, die den Querschnittsumriss zur (ebenen) Randkurve hat und eine gleichförmig verteilte (zur Randebene senkrechte) Belastung trägt. Für die entstehende krumme Fläche gelten folgende Beziehungen:

1. Die Horizontalkurven (Schichtlinien) sind Spannungslinien, d. h. geben durch ihre Tangentenrichtung die Richtung der Schubspannungen an.

2. Das Gefälle der Fläche (also die Dichte der Schichtlinien) ergiebt die Grösse der Spannungen.

3. Das von der Fläche und der Randebene eingeschlossene Volumen ergiebt die Verdrehungssteifigkeit des Stabes.

Der Beweis knüpft an das sogenannte hydrodynamische Gleichnis an (vergl. Föppl, Vorlesungen, Bd. III, § 70). Die Spannungsverteilung wird hier mit einer innerhalb des Querschnittes verlaufenden ebenen Flüssigkeitsströmung verglichen, diese ist quellenfrei und besitzt den konstanten Wirbel $2G\vartheta$ (G = Schubmodul, ϑ Verdrehung pro Längeneinheit). Führt man die Strömungsfunktion ψ ein (vergl. Föppl, Bd. IV, § 43 oder Enzyklop. IV, 14, 7), so ergiebt die letztere Beziehung

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\psi}{\partial z^2}=2G\vartheta \text{ (X-Achse in der Stabrichtung);}$$

eine wie oben belastete Membran (Erhebung u, Spannung S, Belastung pro Flächeneinheit p) befolgt die Gleichung

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\frac{p}{S}.$$

ψ kann also durch u dargestellt werden:

$$\psi = ku, \text{ wobei } k=\frac{2G\vartheta S}{p} \text{ ist.}$$

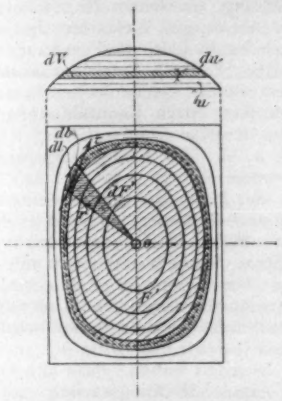
Die Beziehungen 1 und 2 folgen jetzt unmittelbar aus den Eigenschaften von ψ als Strömungsfunktion.

Die Grenzbedingung des ebenen Randes der Membran folgt nun aus dem Umstande, dass

1) Abteilung 1 u. 2, am 24. Sept. 1903.

die Schubspannungen am Querschnittsumfang tangential verlaufen; dieser ist also eine Spannungslinie und daher auch eine Horizontalkurve der Membran[1].)

Zum Beweise der dritten Beziehung betrachte man die Spannungen auf dem schmalen Ringstreifen zwischen den Horizontalkurven u und $u + du$ (s. Fig.). Auf einem Flächenelement von



der Breite dl und der Länge dl herrscht eine Schubspannung τ, nach obigem $= k \cdot \frac{du}{db}$. Das Moment der Spannung für den Punkt O ist (mit der Gibbsschen Bezeichnung der Vektoren)

$$\mathfrak{r} \times \tau \, db \, dl = \tau \, db \, . \, \mathfrak{r} \times d\mathfrak{l} = k \, du \cdot 2 \, d\mathfrak{F} ;$$

dies ergiebt für die ganze Ringfläche

$$dM = 2 k \, du \cdot F' = 2 k \cdot dV$$

(dV = Volumen der Scheibe von der Dicke du). Das Gesamtmoment der Spannungen wird hiernach $M = 2 k \cdot V$.

Die gebräuchlichen Formeln

$$\tau_{max} = \frac{M}{W} \text{ und } \vartheta = \frac{M}{G \mathcal{J}}$$

lassen das Widerstandsmoment zu $W = \frac{2 V}{\left(\frac{du}{db}\right)_{max.}}$

und das Trägheitsmoment zu $\mathcal{J} = \frac{4 V S}{p}$ finden.

Es sei noch bemerkt, dass sich unter Voraussetzung kleiner Durchbiegungen die Fläche durch Seifenhäute und andere Membranen realisieren und zur Messung benutzen lässt. Wegen ihrer Anschaulichkeit lässt die Methode auch eine einigermassen verlässliche Anwendung zur Aufstellung von Näherungsformeln zu. Eine Arbeit in der letzteren Richtung ist vom Vortragenden geplant und soll in der Z. d. V. d. J. veröffentlicht werden.

1) Zusatz (nicht vorgetragen): Bei hohlen Querschnitten entspricht auch der inneren Begrenzung eine Horizontalkurve der Membran; die Randkräfte an dieser Begrenzung ergeben eine Resultierende, die gerade der Wirkung des Druckes p auf die Fläche F_1 des Hohlraums entspricht:

$$S \int \frac{du}{db} \, . \, dl = p \, . \, F_1 .$$

O. Thilo (Riga), Die Bedeutung der technischen Wissenschaften für den Naturforscher.[1])

Wenn der Naturforscher die Bewegungen eines Tieres zu ergründen sucht, so hat er ähnliche Aufgaben zu lösen, wie der Techniker, welcher wissenschaftlich festzustellen sucht, wie der Gang seiner Maschine zustande kommt.

Beide Forscher haben genau die stoffliche Zusammensetzung der einzelnen Teile und die Art ihrer Aneinanderfügung festzustellen, beide haben zu untersuchen, welche Bewegungen mit diesen Teilen möglich sind und durch welche Kräfte die Bewegungen bewirkt werden.

Auf den ersten Blick erscheinen allerdings die Bewegungen der Tiere wesentlich anders zu sein, als die Bewegungen der Maschinen. Sie erscheinen uns freier, weniger gezwungen. Unterwirft man jedoch die Bewegungen der Tiere einer genaueren Analyse, so bemerkt man bald, dass der Unterschied zwischen beiden nicht so gross ist, wie es anfangs scheint.

Sehr häufig hört man den Ausspruch: Die beweglichen Teile einer Maschine, z. B. die Räder, werden durch Achsen und dergleichen dazu gezwungen, in ganz bestimmten Bahnen zu laufen, mit einem Wort, sie sind zwangläufig.

Die Gelenke der Tiere hingegen sind viel lockerer aneinandergefügt, sie haben z. B. keine Achsen!

Dieses ist durchaus unrichtig. Ich habe an Fischen mehrfach Gelenke mit vollständigen Achsen nachgewiesen[2]), aber auch ohne Achsen sind viele Gelenke der Fischstacheln vollständig zwangläufig und bilden sehr genau aneinandergefügte Umschlusspaare.

Hierher gehört z. B. das Gelenk am Rückenstachel unseres Stichlings (Gasterosteus). Die Aneinanderfügung der Gelenkteile ist so fest, dass man den Stachel eines toten Stichlings, den man aufgerichtet hat, nicht niederlegen kann, wenn man gegen die Spitze des Stachels drückt. Wenn man jedoch mit der Spitze einer Nadel genau auf einen bestimmten Punkt, vorn an seinem Gelenkende drückt, so gelingt es leicht, ihn niederzulegen.

Diese überraschende Thatsache wird erst verständlich, wenn man das Gelenk des Stachels genauer untersucht. Betrachtet man den Stachel

1) Abteilung 3 u. 2, am 21. Sept. 1903.

2) Otto Thilo, Die Umbildungen a. d. Gliedmassen der Fische, Morphol. Jahrbuch 1896.

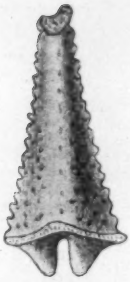


Fig. 1.

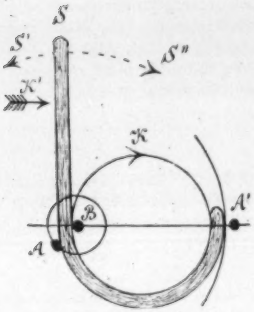


Fig. 2.

des Stichlings von vorne (Fig. 1), so bemerkt man an einem Gelenkende einen Spalt. Dieser Spalt wird von zwei spitzigen Knochenfortsätzen gebildet. Von der Seite betrachtet, erinnert jeder dieser Fortsätze seiner Form nach an einen krummen Säbel. Jeder der säbelförmigen Fortsätze wird von einer knöchernen Hülle umschlossen, wie ein Säbel von seiner Scheide. In diesen Scheiden gleiten die säbelförmigen Fortsätze auf und ab, wenn der Stachel hin und her bewegt wird. Fig. 2 giebt die schematische Darstellung eines Stachels, von der Seite betrachtet. Der halbkreisförmige untere Teil der Fig. 2 stelle einen verlängerten, säbelförmigen Fortsatz des Stachels dar. B, S sei der Griff des Säbels = der Stachel. Die Kraft $\rightarrow K'$, welche senkrecht gegen den Griff des Säbels gerichtet ist, kann den Säbel nicht aus der Scheide ziehen, d. h. sie kann den Stachel nicht nach S bewegen und so niederlegen. Wohl aber gelingt es der Kraft K, welche in dem Kreise A', B, K verläuft.

In dieser Richtung A', B, K verlaufen auch die Muskeln des Stachels. Sie legen daher mit Leichtigkeit den Stachel nieder, während ein Druck gegen die Spitze des Stachels ($\rightarrow K'$) auf unüberwindliche Hindernisse stösst. Wohl aber kann, wie oben erwähnt, der Druck mit einer Nadelspitze oberhalb A den Stachel niederlegen.

Die Feststellung des Stachels tritt jedoch nur dann ein, wenn die Verhältnisse so liegen, dass eine Stützung bei A und B statthat (Fig. 2). Verlegt man den Stützpunkt A nach A', so kann man S unbehindert nach S'' bewegen; denn mit dem Halbmesser A', B lässt sich aus B ein Kreis beschreiben, welcher den Kreis A', B, K im A' tangiert. Liegen hingegen die Verhältnisse so, dass eine Stützung bei A statthat, so wird der Kreis A', B, K von einem Kreise geschnitten, den man mit dem Halbmesser A, B aus B beschreibt. Aus diesem Grunde ist auch beim Stichling und anderen Fischen die knöcherne Scheide, welche den säbelförmigen Fortsatz umschliesst, nicht vollständig, sondern nur wenig länger als die Entfernung der Punkte A und B. Der übrige Teil der Scheide wird von einer sehnigen Haut gebildet. Die Länge der säbelförmigen Fortsätze ist bei den verschiedenartigen Fischarten sehr verschieden. Bei einigen Welsarten bilden sie Kreisbögen von 90^0, ja 100^0. Beim Stichling erreichen sie oft eine Länge von 120^0. An einigen Welsarten sind sie jedoch so schwach entwickelt, dass sie kaum eine Feststellung des Stachels bewirken können. Die Richtigkeit meiner mechanischen Betrachtungen stellte ich fest durch Nachbildungen aus Holz und Eisen, welche einigen Kollegen in Berlin, Frankfurt a. M. und Königsberg wohlbekannt sind.

Sollte der Leser gelegentlich einen Stichling in die Hand bekommen, so wird es ihm gewiss nach den obigen Darlegungen leicht gelingen, mit der Spitze einer Nadel einen aufgerichteten Stachel niederzulegen, da er den Punkt, wo die Nadelspitze anzusetzen ist, wohl ohne Schwierigkeiten am Stachelgelenke finden wird.

Ich hoffe, der Leser wird aus meinen Darlegungen ersehen haben, dass die Gelenkvorrichtung eines Stichlingstachels vollkommen zwangläufig ist und daher im Baue den technischen Gelenken entspricht. Im Gebrauch jedoch unterscheidet sie sich sehr wesentlich von den Gelenken der Technik.

Ein Stichling kann seine Stacheln blitzartig schnell gegen seine Feinde erheben, er kann sie aber auch ebenso schnell feststellen und sogar im Tode noch unbeweglich aufrecht erhalten. Trotzdem findet man an seinem Gelenke keine derartige Sperrvorrichtung, wie sie in der Technik benutzt wird. Die technischen Gesperre besitzen eine Sperrklinke, bestehen also aus drei beweglichen Teilen, während man am Gelenk des Stichlings nur zwei bewegliche Teile bemerkt, die nur unter ganz bestimmten Bedingungen durch Reibung festgestellt werden können. Derartige zweiteilige Vorrichtungen sind nur dort verwendbar, wo sie unablässig beaufsichtigt und gestellt werden können. Dieses fortwährende Stellen gelingt einem Tiere mit Hilfe seiner Muskeln leicht. An Maschinen ist es undurchführbar. Hier gewähren nur die dreiteiligen Gesperre ausreichende Sicherheit. Übrigens findet man an Fischstacheln auch Gelenke mit Sperrklinken, so z. B. am Rückenstachel des Fisches Zeus. Dieser Stachel wird durch ein richtiges Zahnradgesperre festgestellt, wenn er aufgerichtet ist.

Am Stachel eines anderen Fisches, des „Einhorns" (Monacanthus), findet man eine Abänderung des Zahnradgesperres. Der Zahn ist zu einer runden Scheibe umgeformt, wie man sie am amerikanischen Yaleschloss als „Zuhaltung"

wiederfindet. Diese Zuhaltung ist ganz besonders widerstandsfähig und wird daher viel für Geldschränke benutzt.[1])

Das ganze Gesperre am Stachel des Einhorns sieht sehr einfach aus, trotzdem wollte es mir nicht recht gelingen, es künstlich nachzubilden. Es gelang mir nicht, die Krümmung der Scheibe durch Konstruktion zu finden. Da entdeckte ich im Konstrukteur von Reuleaux ähnliche Gesperre. Unter den „Reibungsgesperren" fiel mir das Dobosche-Gesperre sogleich auf. Der Klemmdaumen dieser Vorrichtung hat ein Evolventenprofil. Ich wandte dieses Profil bei meiner Nachbildung an und jetzt gelang es mir leicht, der Sperrfläche die richtige Krümmung zu geben.

Auch das Gesperre an der Schere unseres Flusskrebses bemerkte ich erst, als ich diese Schere mit ähnlichen technischen verglich. Überhaupt wurde mir die grosse Bedeutung der Gesperre für das Tierreich erst recht klar, als ich bei Reuleaux folgende Stelle las: „Von allen Mechanismen, über welche die praktische Mechanik verfügt, zeigen sich bei näherer Untersuchung die Gesperre als die am meisten benutzten."

Ich sagte mir, da die Mechanik der Tierkörper ja auch nichts anderes ist, als eine praktische Mechanik, so müssen in ihr die Gesperre dieselbe Rolle spielen, wie im Maschinenbau.

Sehr umfassende Untersuchungen an den verschiedensten Tierkörpern bestätigten meine Vermutung und führten mich auf folgendes Naturgesetz: Die Sperrvorrichtungen dienen im Tierreiche dazu, um Muskelkraft zu sparen. Überall, wo es erforderlich ist, einen Körperteil sehr lange Zeit hindurch in einer und derselben Stellung zu erhalten, wird diese Arbeit den Muskeln durch Sperrvorrichtungen abgenommen, oder doch wenigstens erleichtert. Dieses Gesetz tritt gewiss an den obenerwähnten Fischstacheln besonders deutlich hervor, wenn sie stundenlang ununterbrochen von den Fischen aufrecht erhalten werden. Nicht weniger deutlich jedoch zeigt sich das Gesetz an den häutigen Sperrvorrichtungen für flüssige und luftförmige Körper an den selbstthätigen Ventilklappen. Dort, wo grössere Mengen von Flüssigkeit oder Luft im Tierkörper aufgesammelt werden, findet man an den Öffnungen der Behälter allerdings Muskeln, welche ringförmig die Öffnungen umschliessen, und so ein Ausströmen der Ansammlung verhüten.

Wo es jedoch erforderlich ist, besonders lange diese Ansammlung zurückzubehalten, wird diese Arbeit entweder ganz oder doch teilweise den Muskeln durch elastische Klappen abgenommen. In den Schwimmblasen der Fische z. B. wird die Luft oft ganz besonders lange zurückbehalten. Ich vermutete daher am sogenannten Luftgange, welcher die Schwimmblase mit dem Rachen verbindet, eine Sperrvorrichtung. Ich fand sie auch und entdeckte zugleich die neue Thatsache, dass die Fische ihre Blase in derselben Weise mit Luft füllen, wie alle übrigen Tiere, welche einen Luftsack besitzen, der mit selbstthätigen Ventilen versehen ist (Eidechsen, Frösche, Vögel u. s. w.), d. h. die Fische erheben ihre Schnauze über die Oberfläche des Wassers, füllen ihre Rachenhöhle mit Luft und befördern diese durch Bewegungen des Schlundgerüstes durch den Luftgang in die Blase.

Diese Thatsache war, wie gesagt, bisher unbekannt, noch immer wird recht allgemein angenommen, dass die Fische mit Hilfe ihrer Kiemen dem Wasser Luft entziehen und diese Luft durch den Blutkreislauf in die Blase befördern.

Am Herzen einiger Fische findet man in der grossen Schlagader sehr zahlreiche Klappen, einige Knorpelfische besitzen deren gegen 20, während beim Menschen an derselben Ader nur drei Klappen vorkommen. Bei genauerer Untersuchung bemerkt man, dass diese zahlreichen Klappen sehr klein sind und garnicht vollständig die Ader verschliessen können. Sie bewirken bloss eine Verengerung. Jedoch genügt bei schwachem Blutdruck schon diese Verengerung, um den Rückstrom zu verhüten. Der Rückstrom wird „gedrosselt", wie der Maschinenbauer sagt. Das Drosseln ist jedem Maschinenbauer nur zu sehr bekannt. Er hat oft dagegen anzukämpfen, z. B. bei Absperrventilen an den neueren Dampfmaschinen. Er hat es aber auch gelernt, das Drosseln zu technischen Zwecken auszunützen, z. B. bei den sogenannten „Dichtungen" der Kolbenstangen an den Dampfmaschinen, um zu verhüten, dass Dampf oder Wasser austritt (Lenzdichtung). Derartige „Dichtungen" spielen gewiss an den Gelenken der Tiere eine grosse Rolle, denn die Gelenkhöhlen stehen in offenem Zusammenhange mit elastischen Röhren, welche flüssige Lymphe enthalten. —

Bisher habe ich nur einfachere Mechanismen benutzt, um nachzuweisen, wie sehr die technischen Wissenschaften dem Naturforscher seine mühsamen Untersuchungen erleichtern können. Bei zusammengesetzten, vielteiligen Mechanismen ist selbstverständlich der Nutzen der technischen Untersuchungsmethoden noch weit grösser.

Jeder Anatom wird wohl zugeben, dass am Fische das Kiemengerüste ein sehr zusammengesetzter Mechanismus ist, die vielen Knochen-

1) Alle diese Gesperre wurden von mir genauer beschrieben und abgebildet in der Rigaer Industrie-Zeitung Nr. 4, 1898, Biolog. Centralblatt **15**, August 1899, Journal of Anatomy and Physiology **35**, Jan. 1901.

platten, Gräten und Gelenke wirken geradezu verwirrend. Als ich dieses Gerüste nach den Regeln des Zwanglaufes untersuchte, fand ich eine ziemlich einfache Vorrichtung, die allen wohlbekannt ist. Ich entdeckte, dass die Fische ihre Kiemenhaut mit demselben Mechanismus spannen, den wir zum Spannen unserer Regenschirme benutzen. Das erkennt man leicht, wenn man ein Modell von mir mit dem Kiemengerüste einer Scholle, eines Lachses oder ähnlichen Fisches vergleicht.[1])

Die schematischen Figuren 3, 4 und 5 mögen diese Verhältnisse verdeutlichen.

Regenschirm-Spanner

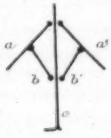
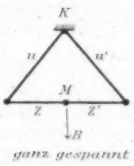


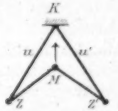
Fig. 3.

Kiemenhaut-Spanner



ganz gespannt

Fig. 4.



halb gespannt

Fig. 5.

Beim Regenschirm (Fig. 3) sind die Stäbe a und a' am Stocke c durch Gelenke befestigt. Die Stäbe b und b' können am Stocke c verschoben werden. Beim Fischkopf (schematische Fig. 4 und 5) entsprechen den Stäben a und a' die Knochenteile u und u', welche am Kinne K durch ein Gelenk aneinander gefügt sind. Den Stäben b und b' (Fig. 3) entsprechen die Zungenbeine des Fisches (Fig. 4 z und z'). Wenn nun der Muskel MB die Zungenbeine z und z' so streckt, dass sie eine gerade Linie bilden (Fig. 4), so werden u und u' ausgebreitet und die Kiemenhaut wird so gespannt, dass sie schirmartig vom Körper absteht. Knickt man hingegen die Zungenbeine ein (Fig. 5 z und z'), so wird die Kiemenhaut entspannt. Von der Richtigkeit dieser Darstellung kann man sich leicht überzeugen, wenn man einen Dorsch, Lachs oder ähnlichen Fisch auf den Rücken stellt, die Bauchflossen erfasst und zum Schwanzende des Fisches hinzieht. Sofort richten sich die Kiemendeckel auf und die Kiemenhaut steht schirmartig vom Körper ab.

Genau so wie mit dem Kiemengerüste der Fische erging es mir auch mit jener eigentümlichen „Schubkurbel" am Kieferngerüste der Vipern.

Ich konnte sie erst begreifen und nachbilden, als ich wusste, was ein Schubkurbel ist. Der bewegliche Oberkiefer nebst Giftzahn (vergl. schematische Fig. 6) kann als Kurbel gelten.

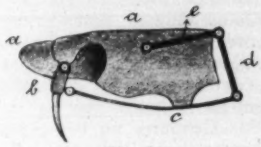


Fig. 6.

Schiebt man die lange Knochenspange c vor, die an b befestigt ist, so wird der Oberkiefer b aufgerichtet. Die lange Knochenspange c entspricht daher der „Schubstange", welche das Schwungrad einer Dampfmaschine treibt. Bei der Dampfmaschine bewegt sich das eine Ende der Schubstange im Kreise, während das andere Ende in gerader Richtung geführt wird. Diese „Geradführung" erfolgt in streng vorgeschriebener Bahn ist also streng „zwangläufig". Am Kieferngerüste der Viper wäre eine strenge Geradführung unpraktisch, sie würde die Nachgiebigkeit des ganzen Gerüstes in hohem Grade verringern und so zum Bruche der Knochenspangen führen. Aus ähnlichen Gründen ist auch eine andere Geradführung, von der ich gleichfalls ein Modell angefertigt habe, nicht streng zwangläufig. Sie kommt am Maule einiger Fische vor, z. B. beim Lippfisch.

Dieser Fisch ist etwa 12 cm lang. Spitzt er sein Maul, so wird er 14 cm lang. Er besitzt also die Gabe, sich mit Hilfe seines Maules nicht ganz unbedeutend zu vergrössern. Mein Modell ist streng zwangläufig, ziehe ich an einer Schnur, welche einer gewissen Gruppe von Muskeln entspricht, so wird das Maul aufgesperrt.

Aber die Maulsperre würde chronisch werden, wenn der Fisch ein so zwangläufiges Maul hätte, wie mein Modell. Es würden alle Augenblicke unüberwindliche Totlagen entstehen. Ich brauche nur ein wenig die Richtung der Zugschnur zu ändern und die Totlage ist da.

Zur Überwindung der Totlagen findet man im Tierreiche sehr verschiedenartige Vorrichtungen. Leider kann ich hier auf diese nicht genauer eingehen. Ich will nur kurz anführen, dass bei einigen Fischen bewegliche Knochenteile totgelegt werden und in der Totlage an den Gelenken verknöchern.

Wenn solche Verknöcherungen an den Gelenken des vorgestülpten Maules eines Fisches

1) Vgl. Bulletin de l'Académie Impériale des Sciences de St. Pétersbourg V. Serie, Band XIV, **3**, 327, März 1901.

eintreten, so müssen sie das ganze Maul in eine starre Röhre verwandeln, wie man sie am Schnepfenfische findet; daher empfiehlt es sich gewiss, die Entwickelung des Röhrenmaules dieses Fisches genauer zu untersuchen. Besonders da bei der Seeschnepfe und ihren Verwandten mehrere Gelenke der Flossenstrahlen verknöchert sind. Es neigen also diese Fische zu Verknöcherungen.

Die Lehre von den Totlagen ist noch aus anderen Gründen für den Naturforscher von Wichtigkeit. Die Totlagen werden im Tierreich dazu ausgenutzt, um Muskelkraft zu sparen.

Dieses erkennt man deutlich, wenn man sieht, wie ein Mensch steht, dessen Streckmuskeln des Kniegelenkes gelähmt sind. Er stellt Ober- und Unterschenkel so, dass jedes Bein eine gerade Linie bildet. Es befinden sich dann Ober- und Unterschenkel zueinander in einer Totlage und machen so das Stehen möglich. Also: Totlagen und Sperrvorrichtungen werden in der Natur dazu benutzt, um Muskelkraft zu sparen!

Man hört oft den Ausspruch, dass die unendliche Natur mit ihren Mitteln nicht zu sparen braucht. Je mehr man jedoch die Natur erforscht, desto mehr erkennt man ihre Sparsamkeit und gerade die technischen Wissenschaften haben viel zu dieser Erkenntnis beigetragen. Denn der Techniker ist immerfort dazu gezwungen, bis aufs äusserste die ihm von der Natur gewährten Mittel auszunützen und zu erforschen, wie man am besten spart. Er hat es längst erkannt, dass er hierin viel von der Natur lernen kann. Hierauf weist auch der bekannte amerikanische Ingenieur Thurston hin, indem er eine Theorie über die Thätigkeit der Muskeln aufstellt. Er sagt: „Die Theorie dieser lebendigen Maschine und das Studium ihrer Arbeitsweise, ihrer Energie, Verwandlung und sparsamen Ausnützung bilden eine der wesentlichsten praktischen Aufgaben, die einerseits dem Ingenieur, andererseits dem Manne der Naturwissenschaft gestellt sind". Reuleaux stimmte diesem Urteile bei und stellte selbst sehr eingehende Versuche über die Entstehung der Muskelspannung an. Leider kann ich hier auf diese Versuche nicht eingehen, die er mit anderen umfassenderen Arbeiten in seiner Abhandlung „Kinematik im Tierreich" veröffentlicht hat. Mir erscheinen seine Arbeiten als höchst bedeutungsvoll, da sie dem Naturforscher neue Bahnen eröffnen.

Zum Schlusse kehre ich nochmals zurück zu der Frage: Sind die Bewegungen eines Tieres wesentlich anders als die Bewegungen einer Maschine?

Nach meinen Darlegungen, glaube ich, kann man diese Frage folgendermassen beantworten: Einige Bewegungen der Tiere sind allerdings anders. Ich meine jene sehr zusammengesetzten Bewegungen der Gliedmassen, welche vollständig vom Willen abhängig sind, so z. B. jene Bewegungen, welche die Stichlinge mit ihren Stacheln ausführen. Schon oben wurde darauf hingewiesen, dass derartige Bewegungen an künstlichen Maschinen unausführbar sind. Der Stichling kann das Gelenk des Stachels blitzartig schnell hin und her bewegen, er kann es aber auch ebenso plötzlich unbeweglich feststellen, indem er den Muskelzug ändert und so bedeutende Reibungswiderstände im Gelenke erzeugt. Bei einer künstlichen Maschine ist alles dieses unmöglich. Es würden alle Augenblicke unüberwindliche Störungen eintreten. —

Sehr viele Bewegungen der Tiere jedoch hängen nicht vom Willen ab und werden durch Mechanismen hervorgebracht, die vollständig unseren künstlichen Maschinen entsprechen. Ich schliesse mich daher vollständig Reuleaux an, wenn er sagt: „Der Anzahl nach am grossartigsten vertreten, zeigen sich im Tierreiche solche Mechanismen, die von der Natur in regelmässigem, aber unwillkürlichem Betrieb erhalten werden, jene das Leben selbst ergebenden Vorrichtungen. Sie sind vollständige und gehende natürliche Maschinen und entsprechen ebenso, wie jede künstliche Maschine, in ihrem getrieblichen Bau den Gesetzen des Zwanglaufes, insbesondere auch unserer Begriffsbestimmung der Maschine. Ihrer Gattungen sind nicht viele, wesentlich sind sie Sperrvorrichtungen für Flüssigkeiten, betrieben durch rhythmische Muskelschwingung. In Arten sind sie nicht zahlreich, in Ausführung geradezu unzählbar und übertreffen in diesem Punkte die künstlichen Maschinen milliardenfach. Die im Vorausgehenden ermittelte Gemeinsamkeit der Bauunterlagen für die natürlichen und die künstlichen Maschinen setzt die menschliche Maschinenschöpfung als solche in ein eigenes Licht. Nicht getrennt von der Natur oder gar gegensätzlich zu ihr, wie man es nennen hört, sondern bezüglich der Gesetze ihrer körperlichen Bildung im Einklang mit der Natur steht die Menschenschöpfung Maschine. Andererseits darf aber auch nicht, wie versucht werden könnte, die Folgerung gezogen werden, die künstlichen Maschinen seien in Nachahmung der Natur entstanden; denn Jahrtausende hindurch machte der Mensch Maschinen und benutzte sie, ehe er zu versuchen imstande war, in das Wesen der Bewegungsweise im Tierkörper einzudringen. Naturforschung aber und Maschinenwissenschaft können einander heute die Hand reichen zu einmütiger Betrachtung grosser Teile ihrer beiderseitigen Gebiete".

Paul Ostmann (Marburg), Über die Anwendung des objektiven Hörmasses [1]).

Die Ohrenheilkunde bedurfte eines objektiven Hörmasses, um die Hörstörungen ihrer Form und ihrem Umfange nach analysieren zu können.

Für den praktischen Gebrauch erschien die Stimmgabel verschiedener Tonhöhe als das handlichste Instrument, um mit ihrer Hilfe zur objektiven Hörmessung zu gelangen.

Zu diesem Zwecke musste die normale Abschwingungskurve der unbelasteten *C*- und *G*-Gabeln vom *C* der grossen bis zum *c* der viergestrichenen Oktave experimentell festgestellt werden, um im Sekundenintervall eine Ausmessung der Amplituden für die ganze Dauer der Schwingung bis zum Verklingen des Tones für das normale Ohr zu ermöglichen.

In welcher Weise ich zur Darstellung der normalen Abschwingungskurven der unbelasteten Edelmannschen *C*- und *G*-Gabeln gelangt bin, und wie es möglich wurde, auch für die höheren Gabeln, deren Schwingungen wegen ihrer ausserordentlichen Kleinheit zum Teil nicht mehr direkt gemessen werden konnten, die Amplituden- und Hörprüfungstabellen bis zur Erreichung des normalen Schwellenwertes — der Normalamplitude — durchzuführen, habe ich in meiner Abhandlung: „Ein objektives Hörmass" — J. F. Bergmann, Wiesbaden 1903 — und in meiner Mitteilung: „Schwingungszahlen und Schwellenwerte" im Archiv für Anatomie und Physiologie, physiologische Abteilung, 1903, dargelegt.

Die verschiedene Grösse der Amplitude, bei der ein Stimmgabelton für das schwerhörige und das normalhörende Ohr verklingt, giebt das objektive Mass zur Bestimmung der dem kranken gegenüber dem normalen Ohre verbliebenen Hörschärfe; denn die Hörschärfen verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Amplituden.

Soll dieses Mass allgemein anwendbar sein, so müssen die verschiedenen Untersucher über Reihen unbelasteter *C*- und *G*-Gabeln verfügen, welche, soweit nur irgend möglich, eine gleiche Abschwingungskurve besitzen, wie die von mir geeichten. Die Erreichung dieses Zieles wird mit der mir freundlichst zugesagten Unterstützung des Herrn Professor Edelmann in München dadurch angestrebt werden, dass von mir eine zweite Gabelreihe nach der meinen geeicht wird, und diese zweite Reihe wird dann als Muster den zu Hörprüfungszwecken zu liefernden Reihen zu Grunde gelegt werden.

Die objektive Messung einer Hörstörung ist nun an der Hand der Hörprüfungstabellen sehr einfach und um so weniger zeitraubend, je geringer die Hörstörung ist.

Sie vollzieht sich:

1. bei normaler Hörfähigkeit des Arztes,
2. bei Schwerhörigkeit des Untersuchers auf beiden Ohren

in folgender Weise:

Nehmen wir zunächst an, der Arzt sei normalhörend. Bei beliebigem Anschlag der Gabel, welcher nur so stark sein muss, dass das schwerhörige Ohr den Ton überhaupt noch hört, wird der Schwellenwert des schwerhörigen Ohres aufgesucht. Von dem Augenblick an, wo dieser überschritten wird, misst man mit der Sekundenuhr die Zeit bis zum Verklingen der Gabel vor dem normalen Ohre. Diese Zeit nenne ich Differenzzeit.

Es kommt nun darauf an, die Lage des Schwellenwertes des schwerhörigen Ohres innerhalb der Abschwingungskurve der Gabel zu bestimmen, um mit Hilfe der Hörprüfungstabellen die Grösse der Schwellenwerts-Amplitude zu finden.

Die mittlere Grösse derjenigen Amplitude, bei der der Ton für das normalhörende Ohr verklingt, ist bekannt. Diese von mir so genannte „Normalamplitude" bildet den Endpunkt der Abschwingungskurve; somit müssen wir die Kurve um so viel Sekunden aufwärts verfolgen, als die gefundene Differenzzeit beträgt, um an der Hand der Hörprüfungstabellen die Grösse derjenigen Amplitude zu finden, bei der der Ton für das schwerhörige Ohr unhörbar wurde.

War die Schwellenwerts-Amplitude des kranken Ohres dreimal so gross als die Normalamplitude, so besitzt das kranke Ohr für den Stimmgabelton, mit dem geprüft wurde, $^1/_9$ der normalen Hörschärfe.

Das Ausmass der Abschwingungskurven gestattet eine Herabminderung der Hörschärfe zu messen, welche für:

C . . . . . $\left(\frac{1}{45{,}6}\right)^2$ der normalen beträgt, für

G . . . . . $\left(\frac{1}{94{,}5}\right)^2$ „ „

c . . . . . $\left(\frac{1}{353{,}2}\right)^2$ „ „

g . . . . . $\left(\frac{1}{945}\right)^2$ „ „

c^1 . . . . . $\left(\frac{1}{3600}\right)^2$ „ „

g^1 . . . . . $\left(\frac{1}{20377}\right)^2$ „ „

c^2 . . . . . $\left(\frac{1}{15166}\right)^2$ „ „

1) Abteilung 24 u. 2, am 23. Sept. 1903.

c^3 . . . . . $\left(\frac{1}{63830}\right)^2$ der normalen beträgt, für:

c^4 . . . . . $\left(\frac{1}{95745}\right)^2$ „ „ „

Da die Hörprüfungstabellen auch die Zahl der Normalamplituden, welche in jeder grösseren Amplitude als die Normalamplitude selbst enthalten sind, angeben, so wird die Hörschärfe des kranken Ohres als Bruchteil der normalen gefunden, wenn man die Zahl der in der Schwellenwerts-Amplitude enthaltenen Normalamplituden mit sich selbst multipliziert und das Produkt als Nenner eines Bruches setzt, dessen Zähler 1 ist.

Für den schwerhörigen Arzt ist das objektive Hörmass gleichfalls anwendbar; nur muss er zunächst seine eigene Hörstörung analysieren und für die Gabeln verschiedener Höhe seine Differenzzeit gegenüber dem Normalhörenden feststellen lassen.

Ist dies geschehen, so hat er, je nachdem seine Schwerhörigkeit grösser oder geringer ist als die des Kranken, nur eine sinngemässe Korrektur eintreten zu lassen, um die eigentliche Differenzzeit des Kranken gegenüber dem Normalhörenden zu finden.

Referate über den gegenwärtigen Stand der Mechanik.

K. Schwarzschild (Göttingen), Über Himmelsmechanik[1]).

Wenn die Himmelsmechanik den heutigen Vortragscyklus über mechanische Probleme eröffnet, so entspricht das dem Gange der historischen Entwicklung. Die Bewegung der Himmelskörper ist das Problem, an welchem die Mechanik eigentlich gewachsen ist, an dem sie sich unter der Pflege der grossen Mathematiker des 18. Jahrhunderts emporgerankt hat. Aber nicht nur das zeitlich erste grosse Problem der Mechanik ist die Frage nach dem Laufe der Planeten, sondern auch ihr vornehmstes, reinstes Problem. Hier bedarf es keiner künstlichen Idealisierung wegen Ungleichmässigkeit des Materials oder Einflüssen der Reibung, die einfache Formel des Newtonschen Gesetzes $\frac{mm'}{r^2}$ beherrscht die Bewegungen im Sonnensystem für Jahrtausende vorwärts und rückwärts mit vielstelliger Genauigkeit.

Es wird zwar gegenwärtig vielfach an der alten einfachen Form des Newtonschen Gesetzes gerüttelt. Der Astronom Seeliger betont die Schwierigkeiten, die seiner Anwendung auf die im unendlichen Raum verbreiteten Massen der Sternsysteme entgegenstehen, der Physiker Lorentz konstruiert eine Möglichkeit, die Schwerkraft sich mit Lichtgeschwindigkeit ausbreiten zu lassen. Bei dem Sturmschritt der modernen physikalischen Entwicklung mag der morgige Tag diesen von philosophischen Gesichtspunkten aus so reizvollen Betrachtungen eine praktische Bedeutung geben, heute aber — dies betone ich — befinden wir uns noch in der Periode zunehmender Bestätigung des Newtonschen Gesetzes. Während vor einigen Jahren noch zur Erklärung der ominösen Bewegung des Merkurperihels angenommen wurde, dass der Exponent 2 im Newtonschen Gesetz durch $2 + 0{,}00000016$ zu ersetzen sei, hat kürzlich E. W. Brown auf Grund einer genauen Theorie der Mondbewegung gezeigt, dass der Exponent nur um $\pm 0{,}00000004$ von 2 verschieden sein kann. Er hat die Gültigkeitsgrenze noch um eine Stelle weiter hinausgeschoben. Wo sich noch Abweichungen vom Newtonschen Gesetz zeigen, wie beim Merkurperihel und in der Accelleration des Mondes, hat man allen Grund, fremdartige störende Einflüsse anzunehmen. Das Newtonsche Gesetz hat in Praxis gegenwärtig grösseren Anspruch auf absolute Gültigkeit, als jemals zuvor.

Wenn man die astronomische Mechanik in ihrer Gesamtheit ins Auge fasst, so enthält sie freilich mehr als die blosse Anwendung des Newtonschen Gesetzes. Für die Theorie der Polhöhenschwankungen z. B. hat man die Elastizitätstheorie auf die Erde anzuwenden. Bei der Theorie der Sonne kommt die Thermodynamik ins Spiel. Ganz neue Probleme erwachsen der astronomischen Mechanik aus der beginnenden Erkenntnis der Formverhältnisse in einzelnen Fixsternsystemen, wo zwei mächtige Sonnen in unmittelbarer Nähe oder selbst im Kontakt miteinander in wenigen Tagen umeinander rotieren. Es wäre verlockend genug, zu schildern, was hier die Theorie der Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten geleistet hat, und wie viele Probleme noch ausstehen auf diesem Gebiete, wo moderne Mathematik und Physik in engster Verknüpfung arbeiten müssen. Aber wenn man zu einer Expedition in den Himmel eine halbe Stunde Zeit hat, so muss man sich beschränken. Darum bleibe ich bei den blossen Folgerungen aus dem Newtonschen Gesetz, bei dem Kardinalproblem der Astronomie, dem sog. Vielkörperproblem, und will zu zeigen versuchen, dass dieses für die ganze Mechanik ehemals vorbildliche Problem inzwischen nicht abgestorben ist, dass seine Behandlung bis in die letzte Zeit hinein fortgeschritten ist und dass es noch immer Fragestellungen enthält,

1) Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe am 24. Sept. 1903. Abdruck in erweiterter Form.

welche für die gesamte Mechanik fruchtbar werden können.

Um sich zunächst das Problem selbst präzise vor Augen zu führen, stelle man sich drei Körper vor, deren Massen wir uns in ihre Schwerpunkte konzentriert denken und die sich in einem bestimmten Moment an drei beliebigen Stellen des Raumes mit beliebigen Anfangsgeschwindigkeiten bewegen. In der 1. Sekunde möge der Körper m die Strecke AB zurücklegen. Man kann nun nach dem Newtonschen Gesetz ausrechnen, welche Kräfte die beiden andern Massen während dieser Sekunde auf m ausüben. Bildet man die resultierende Gesamtkraft und dividiert sie durch m, so erhält man die Beschleunigung, die Änderung der Geschwindigkeit pro Sekunde. Trägt man die-

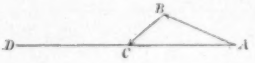


Fig. 1.

selbe von B nach C an, so stellt AC die neue Geschwindigkeit, $DC = AC$ daher den Weg in der folgenden Sekunde dar. Indem man so gleichzeitig für alle drei Körper operiert, kann man von Sekunde zu Sekunde den Ort der Körper konstruieren und erhält so die Bahnen, die sie unter ihrer gegenseitigen Anziehung beschreiben müssen. Diese Behandlungsart hat nur den Übelstand, dass sie zu zeitraubend ist, um praktisch durchführbar zu sein, zumal im Grunde genommen statt der Sekunden unendlich kleine Zeitintervalle zu benutzen wären. Die Aufgabe besteht darin, mit einem Schlage anzugeben, was aus 100000 solcher Dreieckskonstruktionen herauskommt — das nennt man Integralrechnung.

Die Antwort ist leicht, falls es sich nur um die Bewegung zweier Körper umeinander handelt. Es ergibt sich dann, dass sich die beiden Körper nach den wohlbekannten Keplerschen Gesetzen in Ellipsen um ihren gemeinsamen Schwerpunkt bewegen. Sowie aber ein dritter, noch so kleiner Körper hinzukommt, verliert die Bewegung ihren einfachen Charakter. Dieses Dreikörperproblem ist auch heute noch insofern ungelöst, als man nicht angeben kann, was nach beliebig langen Zeiten aus den drei Körpern wird. Aber für beschränkte Zeiträume kennt man ihre Bewegungen und darüber werde ich gerade zu berichten haben.

Denken wir, um ein bestimmtes Beispiel zu haben, gleich an Erde und Sonne und nehmen als dritten Körper den Jupiter hinzu, der in 12 Jahren im fünffachen Abstand der Erde die Sonne umkreist und $^1/_{1000}$ der Sonnenmasse besitzt. Eine flüchtige Betrachtung würde zu dem Schlusse führen, dass diese störende Masse des Jupiter eine rapide Änderung der kosmischen Stellung der Erde zur Folge haben würde. Rechnet man sich den Betrag der anziehenden Kraft des Jupiters aus, wie sie in der Quadratur gilt, wenn der Winkel Jupiter-Sonne-Erde ein Rechter ist, und lässt diese Kraft 10 Jahre lang im selben Sinne wirken, so würde sich der mittlere Abstand der Erde von der Sonne um $^1/_{100}$, die Jahresdauer um etwa 5 Tage verändert haben. Diese Überlegung kann freilich quantitativ nicht zutreffen, weil im Laufe der 11 Jahre die anziehende Kraft in häufigem Wechsel bald im einen, bald im andern Sinne wirkt, aber es wird uns überraschen, wie weit der wirkliche Erfolg der Störungen hinter dieser ersten Schätzung zurückbleibt.

Um etwas Genaueres über den Betrag der Störungen zu erfahren, schlägt man folgenden Weg ein. Würde man die Erde bei ihrem Lauf um die Sonne an einem Seile ziehen und es wäre von vornherein für jede Zeit vorgeschrieben, in welcher Richtung und mit welcher Kraft an dem Seile gezogen werden soll, so würde leicht (durch blosse Quadraturen) auszurechnen sein, welchen Ort die Erde unter dem Einfluss dieser vorgeschriebenen Kräfte annähme. Die Schwierigkeit des Dreikörperproblems besteht darin, dass die Kräfte nicht in diesem Sinne vorgeschrieben sind, dass die Kräfte von der gegenseitigen Stellung der Körper, von ihrem zunächst noch unbekannten Laufe abhängig sind. Man wendet nun ein Näherungsverfahren ein. Man berechnet die Kräfte, welche Jupiter und Erde in Zukunft aufeinander ausüben, so, als ob sie in ihren Keplerschen Ellipsen weiterliefen. Diese Kräfte sind falsch, aber, da sie an sich klein sind, nicht beträchtlich falsch, solange der wirkliche Lauf der Planeten sich nicht allzuweit von den Keplerschen Ellipsen entfernt. Diese näherungsweise gültigen störenden Kräfte, die nun für alle Zeiten bekannt sind, denkt man sich an jenem Seile ziehend und löst das obige Problem der an einem Seile gezogenen Erde. Man erfährt dann, dass Erde und Jupiter nicht auf den Ellipsen die Wege AB und CD beschreiben, sondern abweichende Wege AB', CD'. Die Wege AB', CD' werden der strengen Lösung des Dreikörperproblems besser entsprechen als die Ellipsen. Man geht aber weiter zu einer zweiten Annäherung. Man berechnet die Kräfte, die Erde und Jupiter aufeinander ausüben, nicht mehr unter Benutzung der Stellungen B, D, sondern man setzt die Distanz $B'D'$ in die Formel des Newtonschen Gesetzes ein, man rechnet die Kräfte mit Hilfe der Bahnen, die die erste Annäherung lieferte. Mit Hilfe dieser verbesserten Kräfte löst man das Seilproblem von neuem und erhält damit genauere Bahnen

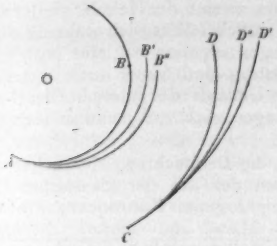


Fig. 2.

AB'', CD''. Dasselbe Verfahren wiederholt man noch ein drittes Mal, und wenn man dann das ganze Verfahren der Berechnung der störenden Kräfte und der Lösung des Seilproblems nicht mehr und nicht weniger als dreimal ausgeführt hat, so ist man im Besitze derjenigen Theorie, auf welche fast das ganze System der gegenwärtig in Benutzung stehenden Planetentafeln sich gründet und welche mit den Beobachtungen alter und neuer Zeit innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit (1″ für die modernen Beobachtungen) übereinstimmt. Wir wollen diese Theorie der dreifachen Annäherung mit dem Schlagwort „klassische Himmelsmechanik" bezeichnen, obwohl man sonst unter diesen Begriff noch allerlei Fortschritte einzuschliessen pflegt, die Laplace wenigstens in den theoretischen Teil seiner „Mécanique celeste" aufgenommen hat.

Man wird zu erfahren wünschen, wie sich die Planeten nach dieser Theorie bewegen. Verlangt man dabei teleskopische Genauigkeit, so kann man die im Detail unendlich verwickelten Oszillationen der Bahnen nur durch seitenlange Formeln darstellen. Begnügt man sich aber mit dem, was das blosse Auge am Himmel sehen und was man bei einer Zeichnung der Bahnen auf einem Blatte Papier zur Darstellung bringen kann, so wird die Antwort sehr einfach: Die Planeten bewegen sich nach wie vor in Keplerschen Ellipsen, diese Ellipsen sind aber langsam veränderlich, und zwar hundertmal langsamer, als unsere obige Schätzung andeutete. So nimmt die Exzentrizität der Erdbahn in 1000 Jahren um $1/2300$ ab, die Richtung der grossen Achse dreht sich um 3^0, ähnliche Veränderungen erleiden Knoten und Neigung. Alle diese Veränderungen sind nahe der Zeit proportional. Ausser diesen langsamen säkularen Änderungen der Bahnen existiert nur eine einzige merkliche Ungleichförmigkeit kürzerer Periode in den Bewegungen der grossen Planeten, die sog. grosse Ungleichung zwischen Jupiter und Saturn, welche diese beiden Planeten in einer Periode von 930 Jahren bis zu Ausschlägen von höchstens 20′ resp. 48′ gegen ihren mittleren Ort verschiebt.

Hiermit könnte man einen Bericht über das Vielkörperproblem beschliessen, wenn man sich auf den grob empirischen Standpunkt stellen und sich begnügen wollte, die Bedürfnisse der Chronologie, der Geographie, der Nautik zu befriedigen. Indessen wollen wir neben die reale Frage die ideale stellen, unsern Blick aus der zeitlichen Beschränktheit der menschlichen Erfahrung erheben und das Geschick des Sonnensystems in einer Vergangenheit und Zukunft zu erfahren suchen, die nach Millionen von Jahren zählt. Von diesem höheren Standpunkt aus betrachtet, sind die Formeln der klassischen Himmelsmechanik falsch und ungenügend. Wenn die Formel für die Exzentrizität der Erdbahn

$$e = e_0 - \frac{t}{2300},$$

welche das der Zeit proportionale Wachsen von e ausdrückt, der Wirklichkeit entspräche, so folgte, dass in zwei Millionen Jahren sich die Erdbahn in eine Parabel verwandelt haben müsste. Man wird zu diesem Resultat um so weniger Zutrauen haben, als es im Widerspruch steht mit der Annahme, auf die es selbst gegründet ist, dass man die Planetenbahnen in erster Näherung als unveränderliche Ellipsen betrachten kann.

In der That hat Lagrange gezeigt, dass diese Konsequenz der klassischen Himmelsmechanik falsch ist, dass e nur für kurze Zeit nach diesem Gesetze abnimmt und sich in langen Zeiten ganz anders verhält. Wäre — um Lagranges Resultate an einem einfachen Beispiele zu erläutern — ausser der Erde nur der mächtige Jupiter vorhanden, dessen Bahn man dann bei der geringen Masse der Erde als eine ungestörte Ellipse betrachten dürfte, so würde sich die Veränderung der Ellipse der Erde durch folgenden Mechanismus darstellen. Ein Rad r vom Radius 0,0518, welches einen Zapfen z trägt, werde gleichförmig in 83000 Jahren gedreht. Ein Balken b, dessen Ende c im Abstand 0,0482 von der Radmitte befestigt ist, gleite mit Hilfe einer Nut an dem Zapfen z. Dann giebt die Richtung des Balkens jederzeit die Richtung der grossen Achse der Erdbahn an, die Länge des Balkens zwischen dem festen Punkte c und dem Zapfen z ihre Exzentrizität. Es ergiebt sich also, dass die Exzentrizität der Erdbahn nicht ins Ungemessene zunimmt, sondern in langen Zeiträumen nur zwischen den Grenzen 0,004 und 0,100 schwankt. Kehrt man von dem vereinfachten Beispiel der Erde und des Jupiter zum wirklichen Sonnensystem mit seinen 8 grossen Planeten zurück, so lassen sich die Änderungen der Exzentrizitäten und der Richtungen der grossen Achsen aller Planetenbahnen durch einen Mechanismus solcher Art mit 8 Rädern darstellen, ein zweiter Mechanismus mit 7 Rädern liefert in analoger Weise die Änderungen

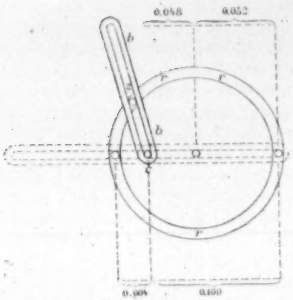


Fig. 3.

der Neigungen und Knotenlinien der Planetenbahnen. Die Umlaufszeiten der Räder liegen zwischen 50000 und 2000000 Jahren. Das allgemeine physikalische Resultat Lagranges würde also besagen, dass die Erstreckungen der Planetenbahnen sich während sehr langer Zeiten innerhalb fester enger Grenzen halten. Nicht minder wichtig für die mathematische Seite des Problems ist das zweite Ergebnis, dass in unserem 9-Körperproblem ausser den 8 Umlaufszeiten der Planeten um die Sonne noch 15 andere weit längere Umlaufsperioden in Betracht zu ziehen sind.

Ist somit die Schwierigkeit der „Säkularstörungen" durch Lagrange überwunden, so bleibt eine zweite noch bedenklichere. Wir wollen sie gleich mit dem Planetoiden Hekuba verknüpfen, dessen Name mit seinen wehmütigen Assoziationen seine verhängnisvolle Stellung andeutet. Hekuba umkreist die Sonne in 2101 Tagen, also sehr nahe in der halben Umlaufszeit des Jupiter, die 4322 Tage beträgt. Wir wollen uns Hekuba ein klein wenig weiter hinausgeschoben denken, dann wird sich ihre Umlaufszeit ein wenig verlängern nach dem 3. Keplerschen Gesetz, dass die Quadrate der Umlaufszeiten den Kuben der Entfernung proportional sind. Stimmen wir die Verlängerung gerade bis zur halben Umlaufszeit des Jupiters ab und wenden dann die Formeln der klassischen Himmelsmechanik an, so erhalten wir das Resultat: die grosse Achse der Bahn der Hekuba wächst der Zeit proportional und zwar in 400 Jahren um $^1/_{100}$. Es lässt sich leicht anschaulich begreifen, wie ein solches Resultat zustande kommen kann. Stehen die Umlaufszeiten zweier Planeten in einem inkommensurablen Verhältnis, so kommen sie im Laufe der Zeit in alle möglichen relativen Stellungen auf ihren Bahnen, die störenden Kräfte, die sie aufeinander ausüben, wirken bald im einen, bald im anderen Sinne und heben sich so auf die Dauer zum grossen Teile auf. Anders bei Hekuba. Jupiter und Hekuba kehren nach einem Umlauf des Jupiters, zweien der Hekuba wieder zur selben Stellung zurück. Was sich während dieser Zeit an Störungen ergeben hat, das ergiebt sich im selben Betrag und Sinne auch während jedes folgenden Umlaufs des Jupiter. Hier heben sich die Störungen nicht auf, sondern sie summieren sich.

Auch die Beobachtungsthatsachen sprechen zu Gunsten der aus der klassischen Himmelsmechanik gezogenen Konsequenz. In dem breit zwischen Mars und Jupiter dahinziehenden Schwarm der Asteroiden bestehen Lücken in all den Entfernungen von der Sonne, an welchen die nach dem 3. Keplerschen Gesetz folgende Umlaufszeit in einem kommensurablen Verhältnis zu der des Jupiters stehen müsste. Und was noch mehr überrascht, dasselbe wiederholt sich beim Saturnring, der bekanntlich ebenfalls als aus einem dichten Schwarm von Felsstücken bestehend gedacht werden muss. Hier befindet sich die Cassinische Teilung, welche den inneren Ring vom äusseren trennt, gerade an einer Stelle, entsprechend einer Umlaufszeit, deren 2-, 3-, 4- und 6-faches resp. sehr nahe die Perioden der 4 innersten Monde des Saturns liefert. Nichts liegt näher, als zu folgern, dass gemäss den Formeln der klassischen Himmelsmechanik die progressiv wachsenden Störungen alle Körper aus den Kommensurabilitätsstellen herauswerfen.

Trotzdem ist auch diese zweite Konsequenz falsch. Was hier geschieht und welche neue Bewegungsformen sich hier einstellen, ist wesentlich unter Führung Gyldéns in den letzten 20 Jahren erkannt worden. Es lässt sich das etwa folgendermassen charakterisieren:

Man nenne den Winkel, um den sich ein Planet von einer bestimmten Anfangslage an gerechnet um die Sonne gedreht hat, l. Dann ist, wenn wir zur Vereinfachung eine Kreisbahn statt einer Ellipse voraussetzen, l einfach proportional t, also: $l = nt$. Die Grösse n, welche angiebt, um welchen Winkel sich der Planet in einem Tage bewegt, wird von den Astronomen „mittlere Bewegung" genannt.

Man hat z. B. für Hekuba:

$$l = 617'' \cdot 41\, t = nt$$

und für Jupiter:

$$l' = 299'' \cdot 13\, t = n' t.$$

Nun wollen wir einen Hilfswinkel bilden:

$$\zeta = l - 2l' = (n - 2n')\ t = 19'' \cdot 15 t.$$

An diesem Winkel erkennt man am besten, wie nahe man einer genauen Kommensurabilität der Umlaufszeiten ist. Wäre die Umlaufszeit der Hekuba genau die Hälfte der von Jupiter, so wäre $n = 2n'$, $\zeta = 0$. Nach vorstehender Formel schreitet bei Hekuba ζ noch mit der Zeit fort, aber bereits so langsam, dass es erst in 185 Jahren einmal den Umkreis durchläuft.

Nun gilt diese Formel natürlich nur ohne Rücksicht auf die Störungen. Der Einfluss der Störungen lässt sich aber ebenfalls am besten mit Hilfe des Winkels ζ beschreiben. Das ganze Resultat jener neueren Untersuchungen lässt sich nämlich im wesentlichen dahin aussprechen, dass sich der Winkel ζ verhält, wie die Elongation eines Pendels aus seiner Gleichgewichtslage. Ist man weit von der Kommensurabilitätsstelle entfernt, so verhält sich ζ analog einem Pendel mit so viel Schwung, dass es in kurzer Zeit um seine Aufhänge-Achse rotiert. Es lehrt dies zunächst nichts Neues, ζ verhält sich im wesentlichen so, wie wenn keine Störungen vorhanden wären. Eine Annäherung an die Kommensurabilitätsstelle entspricht einer Verminderung der Anfangsgeschwindigkeit des Pendels. Man wird an Fälle kommen, wo das Pendel nur noch wenig Kraftüberschuss hat und die höchste Stelle seiner Bahn nur sehr zögernd überwindet. Der Winkel ζ wird dann eine sehr ungleichförmige, einmal rasche, dann langsame Rotation ausführen. Damit wird dann eine entsprechende Schwankung in den Winkeln l und l', ein Tempowechsel in der Umlaufsgeschwindigkeit der Planeten selbst Hand in Hand gehen. Schliesslich gelangt man an die Pendelbewegung von „asymptotischem" Charakter. Das Pendel entfernt sich unendlich langsam von der höchsten Stelle und schwingt unter dem Aufhängepunkt herum, um sich nach unendlich langer Zeit der höchsten Stelle wieder von der anderen Seite her anzunähern. Genau so verhält sich ζ bei den asymptotischen Bewegungen im Planetensystem. Mit dieser asymptotischen Bewegung ist ein Grenzfall erreicht. Bei weiterer Annäherung an die Kommensurabilität hat man es mit dem oszillierenden Pendel zu thun. Der Winkel ζ umläuft den Umkreis überhaupt nicht mehr, die störenden Kräfte halten ihn fest und erlauben ihm nur Schwingungen um einen gewissen Mittelwert auszuführen. Die Astronomen nennen diese Erscheinung „Libration". Sobald Libration eintritt, ändert die Bewegung völlig ihren Charakter insofern, als nun wirklich nicht mehr die betreffenden Körper im Laufe der Zeit unabhängig voneinander alle möglichen Stellungen auf ihren Bahnen einnehmen können, vielmehr ist dadurch, dass der Winkel $\zeta = l - 2l'$ innerhalb bestimmter Grenzen zu bleiben gezwungen ist, der eine Körper in gewissem Grade an den andern gebunden. Es ist eine derartige Libration, eine derartige Bindung, wenn die 3 inneren Jupitermonde niemals zugleich auf einer Seite des Jupiters stehen und daher auch niemals zugleich durch den Schatten des Jupiter verfinstert werden können.

Die Amplitude der Libration kann immer kleiner und kleiner werden, bis man schliesslich zu dem ruhenden Pendel gelangt, ζ wird konstant, die Kommensurabilität ist genau erfüllt, die beiden Körper kehren nach einer bestimmten Zeit genau in dieselbe relative Lage zueinander zurück, man hat es mit einer periodischen Lösung des Dreikörperproblems zu thun.

Periodische, asymptotische und librierende Bewegungen sind die neuen Bewegungsformen, die man bei diesem „Problem der Kommensurabilitäten" kennen lernt. Dabei ist das Fundamentale, dass die Bahnen entgegen der klassischen Himmelsmechanik in keinem Falle unbegrenzt progressiv wachsende Störungen erleiden, vielmehr hängen die Veränderungen, z. B. der grossen Achse oder der Exzentrizität, abgesehen von teleskopisch kleinen Oszillationen, direkt von dem Winkel ζ ab und diese Elemente kehren zu ihren Ausgangswerten zurück, wenn der Winkel ζ wieder denselben Wert annimmt, wenn das Pendel eine Rotation oder eine Schwingung vollzogen hat. Allerdings erfahren — soweit behält die klassische Himmelsmechanik recht — die Elemente an den Kommensurabilitätsstellen ungewöhnlich grosse und rasche Änderungen. Bei Hekuba kann sich die grosse Achse um $^1/_{100}$ ihres Wertes ändern, die Exzentrizität erreicht die Werte 0,066 und 0,15.

Leider wird mit der Erkenntnis dieser Bewegungsverhältnisse die unmittelbare Erklärung der Lücken im Asteroidenschwarm und Saturnring aus der Störungstheorie hinfällig. An den Stellen, wo librierende Bahnen auftreten könnten, fehlen die Asteroiden, doch müssen sie hier von Anfang an gefehlt haben, da die Störungen die Körper nur zeitweilig aus ihrer Anfangslage entfernen, um sie im Laufe von im Allgemeinen einigen hundert Jahren immer wieder einmal zurückzuführen. Man muss daher mit Herrn Callandreau zur Erklärung der Lücken auf kosmogonische Vorstellungen zurückgehen. Es lässt sich denken, dass das starke Wechseln und Durcheinanderschieben der Bahnen an den Kommensurabilitätsstellen den Kondensationsprozess der Materie behindert hat.

Im übrigen sind uns ausser dem schon erwähnten Falle der Jupitermonde noch drei höchst merkwürdige Librationsbewegungen bei den Monden des Saturn bekannt, von denen ich nur die von H. Struve entdeckte Libration zwischen den Saturnsmonden Mimas und Thetis anführe. Hier ist der librierende Winkel

$$\zeta = 4l' - 2l - (\Theta + \Theta').$$

Der Zusatz $\Theta + \Theta'$ bezieht sich auf die Lage der Knoten der Bahnebenen und ändert am Wesen der Sache nichts. — Und zwar schwingt das Pendel in äusserst langsamer Bewegung über die Horizontale hinaus. Während die Monde selbst in 22,6 resp. 45,3 Stunden den Saturn umkreisen, schlägt der Winkel ζ in 70,6 Jahren um 97° nach beiden Seiten aus.

Mit der Erkenntnis der Bewegungsformen im Falle der Säkularstörungen sowohl, als im Falle der Kommensurabilitäten waren die Barrikaden gefallen, die einer Weiterbildung der klassischen Himmelsmechanik im Wege standen. Jetzt war die Bahn frei. Man hatte nur statt der unveränderlichen Keplerschen Ellipsen die nach Lagranges Mechanismus veränderlichen und statt der Rotationen eventuell die Pendelschwingungen als erste Annäherung zu Grunde zu legen und von hieraus unser obiges Annäherungsverfahren nicht nur dreimal, sondern unbegrenzt wiederholt zu denken, um zu einem Resultat zu gelangen, das als der Gipfelpunkt der möglichen Entwicklung der klassischen Himmelsmechanik zu bezeichnen ist. Newcomb, Tisseraud, Lindstedt, Gyldén, Bohlin haben sich um seine Ausgestaltung verdient gemacht. Poincaré hat ihm den letzten Schliff gegeben. Es lässt sich für den Fall von 8 Planeten folgendermassen aussprechen: „Man führe 23 Winkel ein, die alle der Zeit proportional wachsen. Und zwar sollen 8 von diesen Winkeln jeweils in den Umlaufszeiten der 8 Planeten 360^0 durchlaufen, die übrigen 15 Winkel sollen die Umdrehungsgeschwindigkeiten der 15 Lagrangeschen Räder besitzen. Sind zwei Planeten durch eine Libration aneinander gebunden, so fällt die Umlaufszeit eines derselben weg und es tritt dafür die Periode der betreffenden Pendelschwingung ein. Die Örter der Planeten lassen sich dann durch trigonometrische Reihen nach den Vielfachen dieser 23 Winkel darstellen."

Will man sich die Bedeutung dieses Resultates vergegenwärtigen, so muss man sich erinnern, wieviel Scharfsinn Laplace und Poisson auf das Studium der mit der Zeit ins Unendliche wachsenden Störungen verwandt haben, die in ihren Formeln auftraten. Jetzt wissen wir, dass die ganze damalige Formulierung eine unzweckmässige war. Alle Glieder, die so aussehen, als ob sie mit der Zeit ins Ungemessene wachsen würden, sind aus unsern Formeln entfernt. Wir sind endlich zur fertigen Ausbildung der Epicykelnmethode der Alten gelangt. Die Alten liessen jeden Planeten auf einem kleinen Kreise laufen, dessen Mittelpunkt auf einem grösseren Kreise fortschritt, eventuell musste sich der Mittelpunkt des grösseren Kreises auf einem noch grösseren vorwärts bewegen. Unsre trigonometrische Entwicklung ist nichts anderes, als eine Übereinanderlagerung von unendlich vielen kleinen und kleineren Epicykeln und wir wissen dabei, dass sich die Umlaufsgeschwindigkeiten dieser Epicykeln aus dem Vielfachen von im ganzen 23 Geschwindigkeiten zusammensetzen.

Wer dieses Resultat unbefangen betrachtet, der kann dem bedeutungsvollen Schlusse nicht ausweichen, dass das Sonnensystem stabil ist, dass die Planeten ewig dieselben Regionen des Himmels durchkreuzen werden, da sich ihre Bewegung aus der Zusammensetzung von lauter kleinen, periodisch zwischen festen Grenzen schwankenden Störungen ergiebt. Als man Ende der 80er Jahre diesen Punkt erreicht hatte, war es in der That eine verbreitete Meinung, dass man ausser der durch die klassische Himmelsmechanik im wesentlichen schon erledigten praktischen Frage nun auch die ideale hinreichend beantwortet habe, dass das Vielkörperproblem im Grunde gelöst sei. Aber zum dritten Male hat die fortschreitende Wissenschaft ihr Verdikt ausgesprochen. In dem Augenblick, wo man das Gebäude der klassischen Himmelsmechanik mit der schimmernden Spitze des Stabilitätsbeweises krönen wollte, zeigte sich ein klaffender Riss in den Fundamenten. Poincaré wies 1890 nach, dass die Reihen, mit denen die Astronomen arbeiten, in gewissem Grade sinnlos, weil divergent, sind, dass der Epicykeln so viele und so grosse sind, dass die Summe ihrer Radien unendlich wird.

Ich glaube, eine Veranschaulichung von Poincarés Gedankengang um so eher versuchen zu sollen, als der Saisschleier einer gar zu abstrakten Darstellung, der über Poincarés Leistungen liegt, öfter mit respektvoller Scheu betrachtet, als gelüftet worden ist.

Auf Grund der alten Methoden waren bereits periodische Bewegungsfälle im Dreikörperproblem bekannt geworden, wie schon oben angedeutet wurde, Fälle, in denen, nach den ersten Näherungen zu schliessen, die Körper nach einer gewissen Zeit genau zu derselben relativen Lage und Geschwindigkeit zurückkehren, so dass sich der Bewegungsvorgang in derselben Weise immer wiederholen musste. Die Existenz solcher periodischer Bewegungen, geschlossener Bahnen, hat nun Poincaré mit den Hilfsmitteln der Funktionentheorie in aller Strenge dargethan. Es lässt sich eine ausserordentlich grosse Menge von solchen Bewegungen, bei welchen die Körper stets zum Ausgangspunkt zurückkehren, nachweisen und wenn man die im Verhältnis zur Sonnenmasse kleinen Planetenmassen beliebig klein werden lässt, so kann man beliebig nahe bei einer gegebenen Anfangslage der Körper eine andre finden, von der aus eine periodische Bewegung erfolgt.

Poincaré ist weiter gegangen und hat auf funktionentheoretischer Grundlage auch die Bewegungen in unmittelbarer Nachbarschaft der periodischen Bewegungen studiert. Es zeigte sich, dass es eine Gruppe periodischer Lösungen giebt, an welche sich die oben erwähnten asymptotischen Bewegungen anschliessen, deren Existenz

damit auch in aller Strenge dargethan war. Wichtiger ist für uns im Augenblick die andere Gruppe periodischer Lösungen. Die Kurve BB

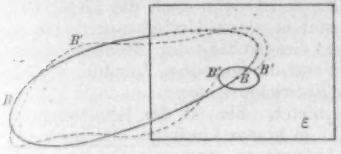


Fig. 4.

stelle eine dieser periodischen Lösungen dar, ε sei eine beliebige Ebene, welche die Kurve durchsetzt. Man fasse eine Bahn ins Auge, welche von einem benachbarten Anfangspunkt B' ausgeht, und frage, in welchen Punkten die neue Bahn, die nicht geschlossen sein, aber sich für lange Zeit nahe an der Bahn B halten wird, bei ihren späteren Umläufen die Ebene ε durchsetzt. Es ergiebt sich, dass die Bahn B' sich in langgezogenen Spiralen um B windet und dass die Durchstosspunkte mit der Ebene ε nahezu auf einer kleinen Ellipse um den Punkt B liegen. Fasst man alle Bahnen ins Auge, die von Punkten dieser Ellipse ausgehen, so werden dieselben alle auf einer engen Röhre, auf einer Ringfläche verlaufen, die die ursprüngliche geschlossene Bahn B einschliesst.

Ein kleiner Schritt führt von hier aus zu dem berühmten Satze Poincarés, dass das Dreikörperproblem ausser den altbekannten keine weiteren analytischen Integrale besitzt, die nach den Massen entwickelbar sind. Die Existenz eines Integrals bedeutet geometrisch, dass es eine Schar von Flächen giebt, auf denen die Bahnen verlaufen. Ist das Integral analytisch, so heisst das weiter, dass diese Flächen eine normale Beschaffenheit haben, dass man kleine Stückchen derselben sehr nahe durch Ebenen ersetzen kann. Man denke sich eine solche Schar von Flächen und zeichne ihre Schnittlinien mit der Ebene ε. Dieselben werden die in Fig. 5 angedeutete Form haben. Ich behaupte, eine Flächenschar mit solchen Schnittlinien kann nicht existieren. Denn bei

Fig. 5.

beliebig kleinen Massen kann man beliebig nahe jeder Stelle der Ebene ε eine geschlossene Bahn finden, deren Nachbarbahnen sich auf unendlich dünnen Röhren anordnen. Es giebt keine analytischen Integralflächen, weil dieselben sich für abnehmende Massen an jeder Stelle zu unendlich dünnen Röhren umbiegen müssten.

Um zu unserem eigentlichen Ziele zu gelangen, kehren wir zurück zu den vollkommensten Reihen, die die Entwicklung der klassischen Himmelsmechanik lieferte, und bemerken, dass wir dort die ganzen Bahnelemente von 8 Planeten, das sind $8 \cdot 6 = 48$ Grössen, durch 23 von der Zeit abhängige Winkel dargestellt hatten. Eliminiert man die 23 Winkel, so behält man 25 Gleichungen, 25 Integrale des Problems übrig. Da es sich aber eben herausgestellt hat, dass solche Integrale nicht existieren, so ist die notwendige Schlussfolgerung, dass die Reihen, aus denen wir diese Integrale zu gewinnen glaubten, divergent sind.

Mit diesem revolutionierenden Satze Poincarés muss die Bestätigung der Formeln der Astronomen durch den beobachteten Lauf der Planeten als ein blosser Zufall erscheinen, der Beweis der Stabilität des Sonnensystems wird gänzlich hinfällig. Um den neuen Standpunkt zu pointieren — es ist nach unseren jetzigen Kenntnissen über die Natur des Dreikörperproblems sehr wohl möglich — man darf fast sagen, wahrscheinlich — dass das Planetensystem auf die Dauer im höchsten Grade instabil ist, dass die Erde einmal mit Jupiter ihren Platz vertauschen, dass unser Mond um den Mars kreisen und wir den Saturnring annektieren könnten.

Es ist kaum ein schärferer Gegensatz denkbar, als der zwischen dem Gedanken an eine so extravagante Instabilität des Planetensystems und dem Glauben an jene Reihenentwicklungen, die die Bestätigung an der astronomischen Beobachtung im Rücken haben. Es bildet den Schluss meiner Aufgabe, zu zeigen, wie sich beide Standpunkte vereinigen.

Wenn ich absehe von der nicht gänzlich ausgeschlossenen Möglichkeit, dass jene trigonometrischen Reihen für spezielle, vielleicht aber „überall dicht" liegende Anfangslagen konvergieren, so hat Poincaré jedenfalls gezeigt, dass jene Reihen den Charakter sogenannter „semikonvergenter" Entwicklungen haben. Zunächst in abstrakt mathematischer Sprache ausgedrückt lautet sein Satz: Bleibt man bei der $p$ten-Annäherung in jenem Einsetzverfahren stehen, so ist der übrig bleibende Fehler kleiner als:

$$\mu^p \cdot A_p(t)$$

wo μ eine Grösse von der Ordnung der störenden Massen und $A_p(t)$ eine für jeden endlichen Index p und jede endliche Zeit t endliche Konstante ist. Anschaulicher ist gemeint, dass die Reihen der Störungstheorie sich verhalten analog der Reihe

$$1 + \frac{3}{1000} + \frac{3^3}{(1000)^2} + \frac{3^{3^3}}{(1000)^3} + \cdots$$
$$= 1 + 0{,}003 + 0{,}000027 \mid + 7626 + \cdots$$

deren drei erste Glieder rapide abnehmen, während die folgenden so rasch ansteigen, dass das fünfte Glied bereits eine Zahl mit Billionen von Stellen wäre, und dass die Genauigkeit, mit der diese Reihe das gewünschte Resultat darstellt, nicht von den fortgelassenen Gliedern abhängt, sondern durch das letzte mitgenommene Glied wenigstens der Grössenordnung nach gegeben wird. Es würde also an die Astronomen die Vorschrift zu ergehen haben, der sie aus praktischen Gründen ohnehin folgen, ihre Annäherungen nicht unbegrenzt fortzusetzen, sondern z. B. beim dritten Male stehen zu bleiben. Was sie dann erhalten, wird für begrenzte Zeit eine gute Annäherung an die strenge Lösung des Problems geben müssen.

Auf Grund einer einfachen Restabschätzung, die ich für den Fall der Störungen der Erde durch Jupiter ausgeführt habe, kann ich diesen Satz noch konkreter aussprechen. Es lässt sich nachweisen, dass jene Formeln mit dreifacher Annäherung für 1000 Jahre in mindestens 5stelliger Genauigkeit gelten und dass ferner Jupiter in 1 Mill. Jahre die grosse Achse der Erdbahn sicher nicht mehr als um $^1/_{100}$ ändert. Auch scheint kaum ein Zweifel darüber zu bestehen, dass man durch sorgfältigere Betrachtungen jene Genauigkeit als siebenstellig und diese Zeit als von 100 oder 1000 Mill. Jahren Dauer erweisen könnte.

Damit ist der Zwiespalt behoben. Beide Seiten behalten auf ihre Art recht. Die Formeln, welche die Astronomen benutzen, müssen für die Zeiten, aus denen Beobachtungen vorliegen, der Beobachtungsgenauigkeit entsprechen. Jene Übereinstimmung mit der Erfahrung ist kein Zufall, solange anders das Newtonsche Gesetz gültig ist. Die in ihnen enthaltene Zusicherung der Stabilität des Planetensystems ist richtig für 1 Million Jahre, insofern während dieser Zeit nur unbedeutende Änderungen der Bahnen vor sich gehen, sie ist es wahrscheinlich auch noch für 1000 Mill. Jahre. Erst in Billionen oder vielleicht Trillionen Jahren mögen sich die Störungen bis zur Vernichtung der jetzigen Ordnung des Planetensystems angehäuft haben.

Hiermit ist denn auch die ideale Frage beantwortet in einem Umfange, der eine 100000-jährige Geschichte des Menschengeschlechts zulässt und ungemessenen Zukunftsmöglichkeiten seiner Entwicklung für die nächste Million Jahre Raum bietet. Sie ist der Beantwortung nahe gerückt in einem Umfange, der auch die Geologie befriedigen wird, die für ihre Schichtenfolgen bis zu 1000 Mill. Jahren in Anspruch nimmt. Aber der Geist des reinen Mathematikers, der alle Knoten lösen will, auch wenn er sie selbst geknüpft hat, ist nicht zufriedengestellt und fragt logisch weiter: Woran kann es liegen, dass jene vielversprechenden trigonometrischen Reihen nicht konvergieren? Man kann darauf in gewissem Grade eine Antwort geben: Weil sie ihrer ganzen Bauart nach, wenn sie konvergierten, gewiss nicht alle Bewegungsformen darstellen, die im Vielkörperproblem auftreten. Welches diese Bewegungsformen sind, darüber wird die Weiterentwicklung der Himmelsmechanik Aufschluss zu geben haben, man kann Bewegungen vermuten, die zwischen dem rotierenden und dem oszillierenden Pendel abwechseln, man kann sich vergegenwärtigen, dass, wie zwischen den Umlaufszeiten der Planeten selbst, so auch zwischen der Periode der Pendelschwingungen und den Umlaufszeiten Kommensurabilitäten auftreten müssen, welche Librationsbewegungen einer höheren Gattung veranlassen können. Insbesondere wird es erforderlich sein, den Übergang zu finden zwischen den bisher von uns allein besprochenen Bahnformen, welche bei grosser Entfernung und kleinen Massen der störenden Körper auftreten, und den überraschenden Kurven, die bei starker Annäherung der Körper oder im Verhältnisse zum Hauptkörper grossen Massen derselben zustande kommen. Ich will zwei Beispiele für die Bahnen letzterer Art anführen. Ein erstes ist der Wirklichkeit entnommen. Der Komet Lexell kam im Jahre 1767 in parabolischer Bahn dem Jupiter nahe, wurde von diesem in eine

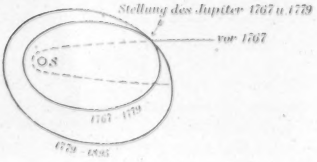


Fig. 6.

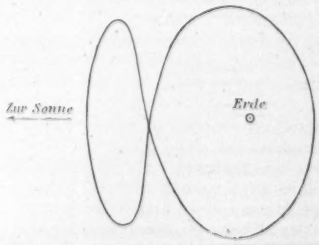


Fig. 7.

Ellipse geschleudert, die er zweimal in je 5,6 Jahren durchlief, bis er 1779 zum zweiten Male dem Jupiter nahe kam und wiederum eine gänzliche Änderung seiner Bahn erfuhr. Wahrscheinlich hat er seit jener Zeit in je 7,2 Jahren die zweite in der Figur gezeichnete Ellipse durchlaufen und ist uns im Jahre 1895 als Komet Swift wieder erschienen. Als zweites Beispiel diene die von Darwin durch mühsame mechanische Quadratur errechnete mögliche Bahn eines Mondes, welche dreimal in einem Umlauf Stellung des Mondes zwischen Erde und Sonne, dreimal im Monat Neumond gegen einmal Vollmond aufweist.

Senden wir den Blick zum Schlusse noch einmal zurück auf die alte Geschichte der Himmelsmechanik in ihrer Verknüpfung mit der Mechanik überhaupt und auf ihre letzten Errungenschaften, die eine lange Erhaltung der jetzigen Erdbewegung verbürgen, so werden wir in doppeltem Sinne sagen dürfen, dass die Himmelsmechanik die Basis geliefert hat, auf der sich die Mechanik des menschlichen Körpers und der menschlichen Werkzeuge, die irdische Mechanik, sicher weiter entwickeln kann.

A. Sommerfeld (Aachen), Die naturwissenschaftlichen Ergebnisse und die Ziele der modernen technischen Mechanik.[1])

Hochgeehrte Versammlung!

Wenn mir von dem Vorstande unserer Gesellschaft der ehrenvolle Auftrag geworden ist, an dieser Stelle über technische Mechanik zu berichten, so darf ich annehmen, dass es sich nicht um eigentlich technische, sondern um physikalische und allgemein naturwissenschaftliche Gesichtspunkte handeln soll. Denn die Beurteilung spezifisch technischer Leistungen wäre nicht meine Sache; noch fühle ich mich trotz mehrjähriger ehrlicher Arbeit auf dem weitverzweigten Gebiet technischer Bestrebungen als Neuling. Der Vorstand hätte sich fraglos an einen ausführenden Ingenieur gewandt, wenn eine Würdigung neuerer Fortschritte nach der Seite ihrer technischen Bedeutung und wirtschaftlichen Nutzbarkeit beabsichtigt wäre.

Dabei liegt es mir ausserordentlich fern, einen Widerstreit konstruieren zu wollen zwischen einer rein naturwissenschaftlichen und einer technischen Auffassung der mechanischen Probleme. Ein solcher Widerstreit ist noch vor wenigen Jahren lebhaft und zum Teil mit Schärfe diskutiert worden, wie ich glaube, mit dem erfreulichen Endergebnis, dass er im wesentlichen gehoben ist und dass eine bereitwilligere Würdigung der verschiedenen Forschungsrichtungen an die Stelle des unerfreulichen Rangstreites getreten ist. Wenigstens kann ich persönlich auf Grund meiner Erfahrungen an der Technischen Hochschule in Aachen nur betonen, dass ich von seiten meiner technischen Kollegen aller Abteilungen stets auf das bereitwilligste in meinen Bestrebungen gefördert bin, dass mir nur durch dieses Entgegenkommen die Anpassung an die Erfordernisse meines Lehramts ermöglicht wurde und dass mir gleichzeitig durch das Zusammenarbeiten mit meinen technischen Kollegen eine Fülle wissenschaftlicher, am grünen Baume des Lebens gewachsener Anregungen zugefallen ist.

Wenn ich nun ein gemeinsames Kennzeichen der neueren Bestrebungen auf technisch-mechanischem Gebiete angeben soll, so möchte ich dieses erblicken einerseits in der sich überall erhebenden Forderung nach Sicherstellung der experimentellen Grundlagen unserer Wissenschaft, andrerseits in der Heranziehung schärferer theoretischer Methoden.

Man kann sich nicht wundern, wenn auf so manchem Gebiete der technischen Mechanik die erfahrungsmässige Grundlage unsicher ist, wenn vorläufig nach hergebrachten Regeln verfahren wird, deren Anwendung auf den besonderen Fall zu Bedenken Anlass giebt. Erst die experimentelle Forschung und Kritik macht eine jede Naturwissenschaft zu dem, was sie sein soll, zu einer Wissenschaft von der Natur; die Gelegenheit hierzu wird aber dem sich bildenden Ingenieur vielfach erst durch die Schaffung der neueren Versuchslaboratorien an unseren Hochschulen gegeben. Die Ingenieure des Maschinenbaues sind in der Forderung nach experimenteller Forschung vorangegangen; sie haben heute die Befriedigung, fast an allen deutschen Hochschulen reichlich ausgestattete Laboratorien zu Forschungs- und Unterrichtszwecken zu besitzen. Die Bauingenieure folgen bereits mit der entsprechenden Forderung nach; es wird hoffentlich nicht lange dauern, bis jede Hochschule auch ihre Laboratorien für Zwecke der Stein- und Eisenkonstruktionen, des Hochbaues und Wasserbaues besitzt. In früheren Zeiten waren nur wenige durch ihre Stellung besonders begünstigte Techniker in der Lage, planmässige Versuche auf technisch-mechanischem Gebiete auszuführen. Heutzutage hat jeder künftige Ingenieur wenigstens einige Semester hindurch Gelegenheit, den naturwissenschaftlichen Problemen der Technik im Experimente Auge in Auge zu sehen.

Eine besonders rege experimentelle Thätigkeit wurde auf dem Gebiet der Elastizitäts- und Festigkeitseigenschaften in den letzten Jahrzehnten entfaltet. Hier sind es neben den

1) Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe am 24. Sept. 1903.

älteren Arbeiten von Bauschinger namentlich die ausgedehnten Untersuchungen von Bach, die, ursprünglich im Interesse der Beanspruchung der Maschinenteile unternommen, neues Licht auf die elastischen Eigenschaften der technisch verwertbaren Materialien überhaupt geworfen haben. Die alte Annahme eines in weiten Grenzen proportionalen Verhaltens zwischen Spannung und Dehnung, die sich für hinreichend homogene Körper so gut bewährt, erwies sich dabei für Körper komplizierter Bauart, wie Gusseisen und Sandstein, als irrig. Schon bei den kleinsten für die Technik in Betracht kommenden Belastungen versagte das sog. Hookessche Gesetz. Die Annahme, dass dieses Gesetz für noch erheblich kleinere Beanspruchungen doch wieder in sein Recht tritt, wird dadurch wahrscheinlich gemacht, dass Stäbchen aus einem dieser Materialien bestimmte, von der Grösse der Amplitude unabhängige akustische Eigenschwingungen liefern; auch ist diese Annahme mit Biegungsbeobachtungen von F. Kohlrausch und E. Grüneisen[1]), wie es scheint, wohl verträglich. Immerhin bleibt die Thatsache bestehen, dass die technisch-experimentelle Forschung die überkommene Elastizitätstheorie bei wichtigen Materialien schon unter mässigen Beanspruchungen als unzureichend nachgewiesen hat.

Ein anderes Gebiet, welches dringend der experimentellen Prüfung bedarf, möchte ich hier gleich nennen, die Theorie des Erddruckes. Dass diese Theorie, wie wir sie aus den Händen von Coulomb, Poncelet, Rankine empfangen haben, an sich physikalisch plausibel wäre, lässt sich a priori kaum behaupten. Sie überträgt die Gesetze der gleitenden Reibung, die für feste trockene Körper mit geglätteten Oberflächen gelten, auf die Verhältnisse des Erdreichs mit seiner wenig definierten Konstitution und arbeitet mit dem Reibungswinkel für das Gleiten von Erde auf Erde oder von Erde auf Mauerwerk, ohne den Nachweis zu erbringen, dass diesen Begriffen im vorliegenden Falle eine reale Bedeutung zukommt. Selbstverständlich kann ein solcher Nachweis nur durch den Versuch erbracht werden, was vielfach, jedoch ohne einen vollen Erfolg, unternommen worden ist.[2]) Es ist daher eine hocherfreuliche Thatsache, dass das neue Laboratorium für Bauingenieurwesen in Charlottenburg unter Leitung von Müller-Breslau dieses Problem in erster Linie angefasst hat. Die Ergebnisse der in grossem Stile angelegten Versuche sind noch nicht vollständig veröffentlicht; wir dürfen aber hoffen, dass sie auf diesem schwierigen Gebiete festen Boden schaffen werden.

Ähnliches wie vom Erddruck gilt von allen denjenigen Teilen der Mechanik, in die die Reibung als vorherrschende oder mitwirkende Ursache hineinspielt. Die mathematische sowie die physikalische Behandlung der Mechanik geht den Reibungsproblemen gern bis zu einem gewissen Grade aus dem Wege. Für den Techniker dagegen sind die Reibungsfragen Lebensfragen. Bei ihrer Beantwortung nun muss das Experiment die theoretische Überlegung beständig stützen und kontrollieren.

Meiner Meinung nach sollte auch der Unterricht in der Mechanik sich der ursprünglichen Quelle aller naturwissenschaftlichen Erkenntnis, des Experimentes, mehr als bisher erinnern. Niemand denkt heute daran, dem Anfänger Chemie oder Physik beizubringen, ohne seine Lehren durch ausgedehnte Versuche zu bekräftigen. Warum sollte nicht auch die Mechanik den „Königsweg des Experimentes" beschreiten? Die älteren Lehrbücher der technischen Mechanik haben einen stark deduktiven, fast dogmatischen Charakter. Der Leser derselben könnte leicht den Eindruck gewinnen, als ob das starre Lehrgebäude von Sätzen und Beweisen etwas Lückenloses und Fertiges wäre nach Art der Elemente des Euklid, als ob höchstens von Zeit zu Zeit ein Erfahrungskoeffizient in die Theorie einzufügen wäre, um diese für alle Anforderungen gerüstet zu machen. Ich glaube nicht, dass dieses der Geist moderner Naturbetrachtung ist, in dem wir unsere Schüler erziehen sollen; ich glaube vielmehr, dass es ebenso lehrreich ist, auf Mängel der Theorie hingewiesen zu werden, wie ihre vermeintliche Vollständigkeit fortgesetzt bewundern zu müssen. Die Zeit, die im Mechanikunterricht auf Versuche verwandt wird, lohnt sich reichlich durch Vertiefung und Belebung der Auffassung, indem dem abstrakten mathematischen Satze ein Erinnerungsbild von bestimmten Abmessungen und Kraftgrössen hinzugefügt wird. Besonders günstige Erfahrungen habe ich im Unterricht mit dem schönen Universalapparat von Töpler[3]) gemacht, welcher fast alle grundlegenden Sätze über das Gleichgewicht und die Bewegung fester Körper experimentell zu belegen gestattet.

Nach meinen Erfahrungen ist die Staatsregierung gern gewillt, für die Belebung des Mechanikunterrichtes Mittel bereitzustellen. Da auch an anderen Hochschulen mit der Beschaffung von Unterrichtsapparaten vorgegangen wird, so glaube ich, wird die Zeit bald vorüber sein, wo die Mechanik dem Lernenden im mathematischen Gewande einer lediglich rechnenden oder zeichnenden Disziplin entgegentrat, und es wird sich derjenige Wandel nach der experimentellen Seite hin allgemein vollziehen, der in den Vorlesungen über Physik und Chemie bereits vor fünfzig Jahren Platz gegriffen hat und dem diese Wissenschaften einen guten Teil ihrer heutigen Lebenskraft verdanken.

Etwas eingehender möchte ich nun über

einige der technischen Mechanik eigentümliche theoretische Methoden berichten. Eine auch nur angenäherte Vollständigkeit wird man dabei nicht erwarten dürfen. Auch muss ich befürchten, indem ich einzelne, mir zufällig naheliegende Probleme herausgreifen werde, andere vielleicht wichtigere Fragen nicht genügend zu würdigen.

Eine freilich etwas äusserliche Einteilung des hier zu Besprechenden ergiebt sich, wenn wir zwischen den Interessen des Bauingenieurs einerseits und denen des Maschinenbauers andrerseits unterscheiden. In älterer Zeit dienten die mechanischen Theorien hauptsächlich den Zwecken des Bauingenieurwesens. Deshalb bildeten Statik und Graphostatik das Schwergewicht der technischen Mechanik. Der mächtige Aufschwung des Maschinenbaues und der Elektrotechnik haben hierin Wandel geschaffen. Die Dynamik rückt mehr und mehr in den Gesichtskreis des Technikers hinein. Vielleicht kann man sagen, dass der Bauingenieur die Mechanik extensiver, der Maschineningenieur sie intensiver anwendet. Die Summe von rechnerischen und zeichnerischen Überlegungen, die die Konstruktion einer Eisenbrücke oder einer Kuppel erfordert, ist an Ausdehnung zweifellos breiter, als der Gebrauch mechanischer Sätze beim Projektieren einer Maschinenanlage. Trotzdem liegen auf dem letzteren Gebiete die tieferen Probleme: Die elastischen Beanspruchungen der Maschinenteile sind vielseitiger und im allgemeinen kühner, wie die Beanspruchungen der Teile einer Baukonstruktion; ausserdem tritt hier erst die volle Mechanik, d. h. die Dynamik, in ihr Recht.

Unter den theoretischen Methoden des Bauingenieurwesens nimmt in neuerer Zeit der Begriff der Formänderungsarbeit eine führende Stellung ein. Sowie der Arbeitsbegriff durch das Prinzip der virtuellen Arbeit, welches gewöhnlich unter dem weniger bezeichnenden Namen des Prinzips der virtuellen Verrückungen oder Geschwindigkeiten geht, die Statik überhaupt beherrscht, so gestattet er insbesondere der Statik elastischer Medien ihre einfachste Form zu geben, sobald man den Ausdruck für die Arbeit der elastischen Kräfte in geeigneter Weise gebildet hat. Es handelt sich hierbei um die glänzenden Sätze vom Minimum der Formänderungsarbeit und von den Differentialquotienten der Formänderungsarbeit nach den wirkenden äusseren Kräften. Mit Fug und Recht verewigen diese Sätze den Namen des italienischen Ingenieurs Castigliano; dem Verdienste deutscher Forscher, wie Mohr, Fränkel und Müller-Breslau, welche zum Teil früher und unabhängig von Castigliano ähnliche Theoreme ausgesprochen haben, soll dadurch kein Abbruch gethan werden.

Den Inhalt des Castiglianoschen Minimumsprinzips möchte ich hier an einem möglichst einfachen und naheliegenden Beispiel erläutern: Ein Tisch auf drei Beinen ist statisch bestimmt, d. h. man kann schon allein nach den Regeln der gewöhnlichen Statik starrer Körper ermitteln, wie sich die auf den Tisch wirkende Last, einschliesslich seiner Eigenlast, auf die drei Beine des Tisches verteilt. Der Tisch auf vier Beinen dagegen ist statisch unbestimmt. Wir können uns nämlich durch eines der vier Beine eine beliebige Kraft x übertragen denken und können alsdann für die übrigen Beine solche Kräfte berechnen, welche sich mit jener Kraft x und mit den auf den Tisch wirkenden Lasten das Gleichgewicht halten. (Natürlich wird dabei angenommen, damit die Aufgabe nicht trivial wird, dass die Resultierende der zu tragenden Lasten nicht gerade in der Mitte zwischen den Beinen hindurchgehe.) Es würde hiernach unendlich viele Möglichkeiten des Gleichgewichts geben. Wie wählt nun die Natur zwischen diesen unendlich vielen möglichen Kraftsystemen aus? Darauf antwortet uns der Castiglianosche Minimumssatz: Die Natur bevorzugt diejenige Wahl, bei welcher sie mit einem geringsten Aufwande an Formänderungsarbeit auskommt. Nimmt man etwa noch an, dass die Tischplatte verhältnismässig wenig nachgiebig ist, so steckt die gesamte Formänderungsarbeit in den Beinen des Tisches, welche durch die gegebenen Lasten und die vom Boden übertragenen Gegenkräfte im allgemeinen auf Druck beansprucht werden. Da unsere Kraft x die einzige Unbekannte ist, da wir nämlich die durch die anderen Beine übertragenen Kräfte bereits durch die Kraft x und die äusseren Lasten ausgedrückt haben, so wird die Formänderungsarbeit eine ganz bestimmte und zwar quadratische Funktion jener Unbekannten. Die Bedingung des Minimums führt daher auf eine lineare Gleichung für diese Unbekannte.

Ich kann mir kaum ein übersichtlicheres und einleuchtenderes Verfahren zur Lösung eines mechanischen Problems denken. Die Übersichtlichkeit leidet nicht, wenn wir statt unseres sehr speziellen Systems ein beliebiges Stabsystem, z. B. eine Brücke mit überzähligen Stäben oder überzähligen Auflagern betrachten, oder wenn an die Stelle eines Stabsystems ein beliebiger und beliebig beanspruchter elastischer Körper tritt. Statt einer haben wir dann eventuell mehrere lineare Gleichungen zur Berechnung der Unbekannten. Dass es auch möglich ist, die Verrückungen der Knotenpunkte eines Fachwerkes, die Durchbiegung eines Balkens, die Torsion einer Welle, kurz die jedesmal in Frage kommenden elastischen Formänderungsgrössen aus dem Arbeitsaus-

drucke zu berechnen, möge hier nur kurz erwähnt werden.

Aus dem weiten Gebiet der Elastizität möchte ich noch ein besonderes, ziemlich junges Problem hervorheben, das der Berührung fester elastischer Körper. Heinrich Hertz[4]) hat, bevor er sein grosses Lebenswerk, die Reform der Elektrizitätslehre, begann, im Jahre 1881 eine seines grossen Namens würdige Arbeit des genannten Titels verfasst. Er beschreibt darin die Vorgänge beim Zusammenpressen zweier elastischer Körper in der Nähe der Berührungsstelle teils durch scharfe quantitative Formeln mit elliptischen Integralen, teils durch graphische Schätzung und bestimmt insbesondere die Druckellipse, d. h. diejenige Fläche, in die der ursprüngliche Berührungspunkt bei zunehmendem Drucke übergeht, sowie die Grösse des spezifischen Druckes im Mittelpunkte der Druckfläche. An die letztere Grösse knüpft er eine quantitative Definition des Begriffes Härte an, eines Begriffes, der uns aus dem gemeinen Leben scheinbar so vertraut und der doch so schwer scharf zu fassen ist. Aus dem auf seine Härte zu prüfenden Material seien zwei Stücke geschnitten, z. B. eine ebene Platte und eine von einer Kugelfläche begrenzte Linse. Die Pressung wird so lange gesteigert, bis sich ein Riss zeigt (bei sprödem Material) oder eine dauernde Deformation (bei plastisch zähem Material). Die hierbei erreichte Grösse der spezifischen Pressung im Mittelpunkte der Druckfläche wird nun von Hertz als quantitatives absolutes Härtemass vorgeschlagen. Hierbei ist stillschweigend vorausgesetzt, dass die Grösse der genannten Pressung (oder negativen Spannung) für das Auftreten eines Sprunges oder für das Überschreiten der Elastizitätsgrenze massgebend ist, so dass jene Spannung als eine Materialkonstante, das heisst hier eben als Härte des betreffenden Materials angesprochen werden kann.

Diese Hertzsche Theorie ist teils von physikalischer, teils von technischer Seite erfolgreich aufgenommen worden. Unter physikalisch-mineralogischem Gesichtspunkt hat F. Auerbach[5]) auf dem von Hertz angegebenen Wege eine grosse Reihe von Präzisionsmessungen ausgeführt, mit dem Endziel, den Gliedern der bekannten Mohrschen Härteskala absolute Zahlenwerte zuzuordnen.

Eine technische Verwertung der Hertzschen Theorie haben zuerst Föppl und Schwerd[6]), sodann in ausgedehnterem Masse Stribeck[7]) unternommen. Bei Stribeck handelt es sich darum, zuverlässige Regeln für die Konstruktion der Kugellager zu gewinnen, insbesondere die zulässige Beanspruchung von Gussstahlkugeln festzustellen. Es liegt auf der Hand, dass wir im Kugellager gerade diejenige Beanspruchung der Kugeln und Lagerschalen haben, wie sie die Hertzsche Theorie schildert, und dass die Grösse der zulässigen Belastung mit dem Auftreten einer bleibenden Deformation, also mit der Hertzschen Härtedefinition, zusammenhängt.

Indem ich noch anführe, dass die Hertzsche Theorie der Berührung bereits in die technischen Lehrbücher (Bach, Elastizität und Festigkeit, 4. Aufl., Föppl, Vorlesungen, Bd. III) übergegangen ist, möchte ich darauf hinweisen, wie bereit die Technik ist, Anregungen zu folgen, die ihr von mathematisch-naturwissenschaftlicher Seite gegeben werden, und möchte den Wunsch aussprechen, dass Anregungen von so fruchtbarer Art wie die Hertzsche in Zukunft reichlicher fliessen mögen wie in der Vergangenheit.

Gewisse eigenartige Ergebnisse, welche Auerbach bei der Prüfung der Hertzschen Theorie gefunden hatte, führen uns von hier aus auf die allgemeine, für die technische Elastizitätstheorie grundlegende Frage: Welche Umstände sind für den Bruch eines Materials massgebend? Unter welchen Beanspruchungen wird die stabile Konstitution des elastischen Körpers labil? Est ist klar, dass diese Frage ihrer Natur nach einer Beantwortung auf Grund der regulären Elastizitätstheorie unzugänglich ist und dass die Vorgänge beim Bruch verwickelter, gewissermassen explosiver Art sind. Dementsprechend ist man weit entfernt, diese Frage mit einiger Zuverlässigkeit beantworten zu können. Trotzdem zwingt ihre Wichtigkeit, immer wieder dazu Stellung zu nehmen und eine wenn auch nur vorläufige Beantwortung zu versuchen.

Unter den verschiedenen Festigkeitshypothesen sind namentlich zwei als die nächstliegenden im Gebrauch. Nach der einen Hypothese, die sich auch Hertz in der vorgenannten Theorie zu eigen machte, sieht man die grösste im Material auftretende Spannung, nach der anderen die grösste Dehnung als massgebend an. Merkwürdigerweise scheiden sich die Bekenner des einen oder anderen Standpunktes in Deutschland nach Berufsklassen. Im Bauingenieurwesen wird gewöhnlich die grösste Spannung, im Maschinenbau die grösste Dehnung als Kriterium für den Bruch und für die zulässige Beanspruchung angesehen. Dass beide Ansätze den verwickelten Verhältnissen der Wirklichkeit nicht genügend Rechnung tragen, unterliegt wohl keinem Zweifel. Im Falle einfacher Beanspruchungen kommen beide Hypothesen auf dasselbe hinaus; bei den sogenannten zusammengesetzten Beanspruchungen, z. B. bei der so wichtigen Berechnung einer Maschinenwelle auf Biegung und Torsion würden sie verschiedene Dimensionierungen liefern.

Im Falle des Hertzschen Problems stösst

man mit beiden Hypothesen auf Schwierigkeiten. Wäre, wie Hertz annimmt, die Spannung für das Auftreten eines Risses massgebend, so müsste nach der Hertzschen Theorie das Verhältnis: gesamte gegenseitige Pressung durch Quadrat des Radius der Versuchslinse, eine Materialkonstante sein. Demgegenüber lassen die Versuche von Auerbach keinen Zweifel darüber, dass nicht dieses Verhältnis, sondern das Verhältnis: Gesamtpressung durch erste Potenz des Radius, für ein und dasselbe Material beim Eintreten eines Sprunges konstant ist. Ich habe mich überzeugt, dass das Auerbachsche Ergebnis auch dann nicht erklärt werden kann, wenn wir nicht die Spannung im Mittelpunkte der Druckfläche, sondern die in der Nähe des Risses betrachten oder wenn wir eine der anderen Spannungs- oder Dehnungsgrössen für das Auftreten eines Bruches verantwortlich machen, entsprechend einer der anderen Festigkeitshypothesen, die wir noch zu nennen haben werden. Wir müssen uns also bei dieser Gelegenheit eingestehen, dass uns die wahren Umstände, die den Bruch bedingen, dunkel sind und dass auch der Genius eines Hertz dieses Dunkel nicht zu erhellen vermochte.

Eine weitere Hypothese, welche z. B. von Thomson und Tait in ihrer Natural Philosophy den Festigkeitsberechnungen zu Grunde gelegt wird, sieht nicht die grösste Hauptspannung, sondern die grösste Schub- (oder Tangential-)Spannung als das Massgebende an. Ich bemerke beiläufig, dass ich selbst auf Grund gewisser Erfahrungen dieser Hypothese am meisten zuneigen würde, ohne zu glauben, dass damit irgendwie das letzte Wort gesprochen wäre.

Vor einigen Jahren hat einer der berufensten deutschen Forscher auf dem Gebiete der Ingenieurwissenschaften, O. Mohr[8]), eine vermittelnde Hypothese als Summe seiner vieljährigen Erfahrungen aufgestellt, wonach der Bruch durch ein Zusammenwirken von Normal- und Schubspannungen herbeigeführt wird, ähnlich wie der Vorgang des gegenseitigen Gleitens zweier verschiedener Körper durch ein gewisses Verhältnis der normalen Pressung und der tangentiellen Reibung bedingt wird. Kaum jedoch war diese geistvolle Hypothese veröffentlicht, als W. Voigt[9]) das Ergebnis von Versuchen bekannt gab, die der Mohrschen Hypothese entscheidend zu widersprechen scheinen.

Unter diesen Umständen wird man es begreiflich finden, wenn der Techniker womöglich für jede Art zusammengesetzter Beanspruchung besondere Versuchsreihen zur Feststellung der zulässigen Beanspruchung fordert; wo er aber auf die rechnerische Abschätzung allein angewiesen ist, wird nichts anderes übrigbleiben, als die verschiedenen Festigkeitsberechnungen nacheinander durchzuführen und im Interesse der Sicherheit der Konstruktion diejenige zu bevorzugen, welche die stärksten Abmessungen des Konstruktionsteiles verlangt. Wendet man dies Verfahren insbesondere auf den vorgenannten Fall einer Maschinenwelle an, die auf Biegung und Torsion beansprucht ist, so ergiebt sich, dass ihre Dimensionierung auf Grund der Schubspannungshypothese am sichersten und dementsprechend am teuersten ausfällt, dass die Berechnung nach der Dehnungshypothese, welche der heute gangbaren Formel des sog. ideellen Biegungsmomentes zu Grunde liegt, eine mittlere Linie einhält, während von der am nächsten liegenden Spannungshypothese das Wort „billig und schlecht" gelten würde.

Lassen Sie uns, hochgeehrte Anwesende, nach dieser flüchtigen Durchmusterung statischer Probleme noch einen Blick auf einige in der Technik auftretende Fragen der Dynamik werfen.

Wie ich schon eingangs bemerkte, wurde in früherer Zeit die technische Dynamik von den statischen Fragen überwuchert. Radinger[10]) gebührt das grosse Verdienst, das dynamische Gewissen des Technikers geweckt zu haben. Er entdeckte im Maschinenbau den Newtonschen Grundsatz von neuem, wonach Masse mal Beschleunigung gleich Kraft ist. In der That bedarf es eigentlich nur dieses Grundsatzes, um einzusehen, dass die Masse der hin- und hergehenden Teile einer Kolbenmaschine die Wirkung des Dampfes in der einen Phase des Kolbenhubes herabmildert, in der anderen Phase unterstützt, und dass man somit in der sog. Massenwirkung der Maschinenteile ein Mittel besitzt, um die Kraftübertragung in günstiger Weise zu beeinflussen. Dass Radinger in der Betonung dieser neuen Erkenntnis sich nicht überall vor Übertreibungen gehütet hat und dass er die Zukunft der schnelllaufenden Maschinen, bei welchen die Massenwirkung vornehmlich in Frage kommt, vielleicht überschätzt hat, wird ihm billigerweise niemand verdenken wollen.

Ich möchte bei dieser Gelegenheit bemerken, dass die Dynamik des Kurbelmechanismus, die in der technischen Litteratur mehr synthetisch behandelt wird, indem das Spiel der Kräfte durch die einzelnen Glieder des Mechanismus hindurch schrittweise verfolgt wird, zugleich das denkbar schönste Beispiel für die allgemeinen analytischen Methoden der Mechanik bildet. Dieses Beispiel hat gerade den gewünschten Grad von Einfachheit auf der einen und von Allgemeinheit auf der anderen Seite. Wir haben es hier nämlich mit einem System von nur einem Freiheitsgrade oder einem zwangläufigen System zu thun, dessen lebendige Kraft von der Lage des Systems, z. B. von der jeweiligen Stellung der Kurbel

abhängt. (Von der Wirkung des Regulators, durch den die Zahl der Freiheitsgrade auf zwei vermehrt wird, wird dabei natürlich abgesehen.) Wendet man nun auf dieses System die analytische Form des d'Alembertschen Prinzips oder die allgemeinen Lagrangeschen Gleichungen oder eines der anderen allgemeinen Prinzipien der Mechanik an, so erhält man ganz von selbst in den verschiedenen Gliedern der entstehenden Gleichungen den präzisen Ausdruck für den Tangentialdruck des Dampfes am Kurbelzapfen und für die Massenwirkung; ausserdem erkennt man, was bei der elementaren Behandlung leicht übersehen wird, dass die hin- und hergehenden Massen auch zur Schwungradwirkung beitragen, nämlich im Mittel so, als ob die halbe Masse der hin- und hergehenden Teile im Kurbelzapfen konzentriert wäre.[11])

Vielleicht ist die mehr konstruktive Behandlung des Kurbelmechanismus, wie sie in der Technik üblich ist, lehrreicher als die allgemeine analytische Behandlung. Bei jener müssen wir selbst denken und uns jeden Schritt überlegen; bei dieser denken die Formeln für uns. Man wird sich daher hüten, solche analytische Allgemeinheiten dem Studierenden der Technik als Einführung in die Mechanik darzubieten; wohl aber wird man ihre ausserordentliche Kraft dem Vorgeschritteneren an einem passenden Beispiel zu Gemüte führen. Im Universitätsunterrichte der Mechanik, in dem doch die allgemeinen analytischen Methoden gewissermassen als Selbstzweck ausführlich vorgetragen werden, sollte man sich ihre Anwendung auf die Theorie des Kurbelmechanismus meiner Meinung nach nicht entgehen lassen.

An den Begriff der Massenwirkung knüpft eine der schönsten Bereicherungen der technischen Mechanik an, welche die letzten Jahrzehnte hervorgebracht haben, die Theorie des Massenausgleichs bei Mehrcylindermaschinen nach Otto Schlick. Es handelt sich hierbei nicht um eine technische Spezialität, sondern um eine Frage ganz allgemeiner Natur, die sich Jeder stellen und beantworten müsste, der über Mechanik nachdenkt. In Wirklichkeit war es aber, wie so oft, die harte Notwendigkeit der technischen Anforderungen, welche die Lösung des Problems gezeitigt hat.

Sowohl im Lokomotiv-, wie namentlich im Schiffsbau, ist die Frage des Massenausgleichs aufgetreten. Man kann sie so stellen: Gegeben ein System von Massen (nämlich die Massen der Betriebsmaschinen), welche gesetzmässig bewegt werden. Diese übertragen auf den Rahmen, in dem sie arbeiten (nämlich den Körper der Lokomotive oder den Schiffskörper), die Trägheitskräfte ihrer Bewegung, wodurch teils der Rahmen als Ganzes in Bewegung gesetzt, teils elastisch deformiert wird. Bei der Lokomotive kommt allein die Bewegung im ganzen in Betracht; die beiden Teile der Bewegung, die sich ergeben, wenn wir die resultierende Einzelkraft und die resultierende Drehkraft der Trägheitswirkungen für sich betrachten, heissen im Eisenbahnbetriebe Zucken und Schlingern. Beim Schiffskörper dagegen sind es die elastischen Deformationen desselben, welche namentlich dann wesentlich und gefährlich werden, wenn die Periode einer Eigenschwingung des Schiffes der Periode der Maschinenumdrehung nahe kommt, wenn also, wie man sagen kann, die Konstruktion des Schiffes auf das Zeitmass der Schiffsmaschinen abgestimmt ist. Indem Schlick von allem Nebensächlichen absah, verglich er die Schwingungen des Schiffskörpers mit den Schwingungen eines frei schwebenden Balkens, auf welchen periodisch wechselnde verbiegende Kräfte einwirken und studierte den Resonanzeffekt zwischen der Eigenschwingung des Balkens und der übertragenen Wechselkraft an seinen schönen Modellen.[12])

Da nun die Grundschwingungszahl eines Balkens oder eines Schiffes mit wachsender Länge desselben abnimmt, so musste bei fortgesetzter Vergrösserung der Schiffsabmessungen, auf welche die moderne Entwicklung hindrängt, notwendig diejenige Grenze erreicht werden, bei welcher der gefährliche Resonanzeffekt zwischen Maschinenumlauf und Schiffsschwingung eintrat.

Entweder musste nun der Schiffbau auf dem eingeschlagenen Wege umkehren oder es mussten die Trägheitswirkungen der Maschinenteile, diese Feinde des Schiffskörpers, unschädlich gemacht werden. Da lag es nach einem alten politischen Grundsatze nahe, die Feinde unter sich zu entzweien und gegeneinander aufzuhetzen. Das wesentliche Mittel hierzu liefert eine geeignete Disposition über die Schränkungswinkel zwischen den verschiedenen Kurbeln, sowie eine geeignete Wahl der Massen- und Abstandsverhältnisse der einzelnen Getriebeebenen. In solcher Weise gelingt es, die Trägheitskräfte der Schiffsmaschinen sich gegenseitig zerstören zu lassen und den Schiffskörper von seinen Peinigern zu befreien.

Mathematisch findet die Forderung des vollständigen Massenausgleichs (genauer gesagt, vollständig bis zur zweiten Ordnung) ihren Ausdruck in einem Satze von acht einfachen Gleichungen, in deren weiterer Behandlung Schlick u. a. von Schubert[13]) und H. Lorenz[14]) unterstützt wurde.

Einfach und grundlegend wie das Problem und seine Lösung ist, kann es uns nicht wundernehmen, dass auch Andere und zum Teil früher als Schlick Ansätze in der besprochenen

Richtung gemacht haben und dass hieraus ein erbitterter Patentstreit entstanden ist. Wir überlassen die Entscheidung dieses Streites gern den Gerichten und betonen hier lieber, dass die modernen Schnelldampfer, wie Kaiser Wilhelm der Grosse und Deutschland, mit dem Schlickschen Massenausgleich ausgerüstet sind (Kaiser Wilhelm der Grosse mit dem vollständigen Ausgleich erster Ordnung, Deutschland auch mit einem angenäherten Ausgleich zweiter Ordnung) und dass diese Meisterstücke deutscher Ingenieurkunst, die den Gegenstand unseres berechtigten nationalen Stolzes bilden, durch die Theorie und die Praxis des Massenausgleichs überhaupt erst möglich geworden sind.

Wie die höheren Methoden der allgemeinen Dynamik, z. B. die Methode der kleinen Schwingungen, mehr und mehr in die technische Litteratur Eingang finden, zeigen die Arbeiten von Stodola über Inertialregulatoren[15]) und über Turbinenregulierung[16]), Arbeiten, die auf dem Gebiete der Maschinendynamik wohl den Höhepunkt der Vereinigung von theoretischer und praktischer Beherrschung des Stoffes bezeichnen.

Ich erwähne ferner, dass sich die Kreiselwirkungen der rotierenden Radsätze bei den Versuchsfahrten der Studiengesellschaft für elektrischen Schnellbetrieb in Berlin deutlich und unliebsam bemerkbar gemacht haben und dass sie durch Herrn Baurat Wittfeld[17]) sachgemäss und erfolgreich untersucht sind. Eine fernere technische Anwendung hat die Kreiseltheorie bei dem Geradlaufapparat des Torpedos[18]), System Obry, erfahren, der jetzt bei den Marinen der meisten Staaten in Gebrauch ist.

Dass es im Maschinenbau nötig ist, die elastischen Schwingungen der Maschinenteile zu berücksichtigen, wird mehr und mehr anerkannt. Besondere Beachtung kommt den Torsionsschwingungen der Wellen zu, namentlich wieder den langen Schiffswellen, und den hierbei auftretenden Resonanzschwingungen, die von Frahm[19]) in musterhafter Weise beobachtet worden sind.

Ich selbst habe gelegentlich auf ein gewisses technisches Paradoxon[20]) hingewiesen, dass nämlich unter Umständen der Gleichgang einer Maschinenwelle durch eine Verstärkung des Schwungringes verschlechtert werden kann. Die Erklärung liegt hier ebenfalls in dem Auftreten von Torsionsschwingungen in der Welle. Allerdings wird die Ungleichförmigkeit der Schwungradbewegung durch Vermehrung seiner Trägheit herabgesetzt. Dafür aber können die von dem Schwungrade entfernteren Teile der Welle um so stärker ausfedern. Nimmt man die Arbeit von einer Stelle der Welle ab, die dem Schwungrade nicht zu nahe liegt, so kann es vorkommen, dass die verstärkte Federung den Einfluss der vermehrten Trägheit überwiegt und die beabsichtigte Kraftübertragung mit grösserer Ungleichförmigkeit behaftet ist, wie bei einem schwächeren Schwungrade.

Zum Schlusse seien noch einige Worte der Hydromechanik gewidmet. Bekanntlich klaffte auf diesem Gebiete ein besonders empfindlicher Riss zwischen den Ergebnissen der mathematischen oder physikalischen Behandlung und den Auffassungen der Techniker. Es handelt sich dabei namentlich um das Strömen einer Flüssigkeit durch eine Röhre. Die Versuche an Kapillarröhren ergaben in Übereinstimmung mit der mathematischen Theorie einen Widerstand gegen die Strömung oder ein Druckgefälle proportional der ersten Potenz der mittleren Strömungsgeschwindigkeit, umgekehrt proportional der zweiten Potenz der Röhrendicke. Dagegen wird in der Technik bei der Anlage von Wasserleitungsröhren etc. mit einem Widerstande proportional der zweiten Potenz der Geschwindigkeit, umgekehrt proportional der ersten Potenz der Röhrendicke gerechnet. Während ferner nach der Theorie die Geschwindigkeit der Strömung von der Mitte nach den Rändern hin kontinuierlich nach einem parabolischen Gesetz abnehmen soll, ergaben Messungen von Bazin an weiten Röhren, dass die Geschwindigkeit nahezu gleichmässig über den Querschnitt verteilt ist und erst in nächster Nähe der Wandungen plötzlich abnimmt. Es könnte hiernach scheinen, dass sich die theoretische Hydrodynamik gegenüber den praktischen Fragen der Hydraulik bankerott erklären müsste.

Die Ehrenrettung der Theorie verdanken wir Osborne Reynolds.[21]) Reynolds betonte, dass die Aussagen der Theorie auf der Annahme einer Strömung in parallelen Fäden beruhen, dass diese Art der Strömung in engen Röhren zwar die einzig mögliche ist, dass sie aber in weiten Röhren in ein turbulentes Durcheinanderwirbeln der Flüssigkeitsteilchen übergeht. In weiten Röhren hat das Wasser sozusagen Platz, seitlich auszuweichen, die geradlinige Bewegung ist zwar immer noch eine mögliche, aber nicht mehr eine stabile Bewegungsform. Kleine Störungen genügen, um die parallelen Stromfäden auseinanderzubrechen. Dass diese Vorstellung zutreffend ist, hat Reynolds durch schöne Versuche nachgewiesen und auch theoretisch auf Grund der gewöhnlichen hydrodynamischen Differentialgleichungen gestützt. Die Schreibweise von Reynolds selbst ist etwas dunkel; um so lieber verweise ich auf eine Darstellung und Erweiter-

ung seiner Theorie, die wir der Meisterhand von H. A. Lorentz[22]) verdanken.

Diejenige Geschwindigkeit, bei welcher in einer gegebenen Röhre die geradlinige Bewegung anfängt, instabil zu werden, heisst nach Reynolds die kritische Geschwindigkeit; dieselbe bestimmt sich durch die Angabe[23]), dass das Produkt aus Geschwindigkeit, Röhrendurchmesser und Flüssigkeitsdichte geteilt durch die Viskositätskonstante der Flüssigkeit eine reine Zahl ist, die zwischen 1900 und 2000 liegt. Im Falle der Leitungsröhren der Technik befindet man sich stets oberhalb der kritischen Grenze; die Poiseuilleschen Versuche mit Kapillarröhren spielten sich unterhalb dieser Grenze ab. Beim Überschreiten der kritischen Geschwindigkeit beobachtete Reynolds einen deutlichen Sprung in dem Gesetze des Druckgefälles: Die Proportionalität zwischen Druckgefälle und Geschwindigkeit, die für hinreichend enge Röhren oder hinreichend kleine Geschwindigkeiten gilt, macht einer Abhängigkeit Platz, die eher durch die zweite Potenz der Geschwindigkeit ausgedrückt wird, sich also dem in der Technik üblichen Gesetz nähert.

Für den Theoretiker ist auf diesem Gebiet noch viel zu thun. Noch steht die scharfe theoretische Bestimmung der kritischen Geschwindigkeit sowie des Druckgefälles oberhalb der kritischen Geschwindigkeit aus. Trotzdem ist der durch Reynolds erzielte wissenschaftliche Reingewinn ein unschätzbarer: einer der empfindlichsten Widersprüche zwischen physikalischer und technischer Theorie ist durch ihn aufgelöst; ausserdem sind wir um einen fruchtbaren physikalischen Begriff bereichert worden, den Begriff der turbulenten Flüssigkeitsströmungen, der zweifellos in einer ganzen Reihe weiterer Fragen eine Rolle zu spielen berufen ist, so bei der Bewegung eines Körpers in einer Flüssigkeit oder dem Problem des Schiffswiderstandes, bei dem Gesetze des Winddruckes u. s. f. Ich persönlich sehe in der Theorie der turbulenten Bewegungen von Reynolds einen mindestens ebenso bedeutsamen Fortschritt der Hydrodynamik wie in der glänzenden und berühmten Wirbeltheorie von Helmholtz, welche, da sie von der Reibung gänzlich absieht, mit der Wirklichkeit doch nur eine sehr entfernte Ähnlichkeit hat.

Wenn nun auch nach dem Gesagten das Interesse der Technik wesentlich den turbulenten Bewegungen gilt, so ist darum doch das Studium geordneter Flüssigkeitsströmungen à la Poiseuille für die Technik nicht unnütz. Ich verweise in dieser Hinsicht einerseits auf eine neuere Theorie des Gleichgewichts und der Strömung des Grundwassers[24]), welches sich ja im Erdreich unter ähnlichen Bedingungen wie die Flüssigkeit in Kapillarröhren befindet, andrerseits auf das Verhalten der Schmiermittel in dem engen Zwischenraum zwischen Welle und Lager.

Damit eile ich dem letzten Problem zu, das uns heute beschäftigen soll, der Theorie der Lagerreibung. Auf dem Gebiete der Reibungswirkungen haben wir zwei diametral entgegengesetzte Ansätze: einmal den Ansatz der trockenen Reibung, der von Coulomb herrührt und von dem schon bei der Theorie des Erddruckes die Rede war, andrerseits den der Flüssigkeitsreibung, der in seiner einfachsten Form schon von Newton gegeben wurde.

In der technischen Mechanik herrscht der erstere Ansatz so sehr, dass er auch bei dem Problem der Lagerreibung zur Anwendung gebracht wird, wo doch die Flüssigkeit des Schmiermittels unentbehrlich ist. Man setzt also gewohnheitsgemäss die Grösse des Reibungsmomentes, entsprechend dem Gesetz der trockenen Reibung, proportional dem Zapfendruck oder genauer gesagt gleich einem Reibungskoeffizienten × dem Zapfenradius × dem Zapfendruck. Dabei wäre der Reibungskoeffizient als eine Erfahrungszahl aufzufassen, die durch Versuche an dem betr. Lager bei der betr. Umdrehungszahl und Belastung zu ermitteln wäre.

Der Ansatz der Flüssigkeitsreibung wurde zuerst von dem russischen Forscher Petroff auf die Lagerreibung übertragen. Nach diesem Ansatz findet die gesamte Reibungsarbeit im Innern des Schmiermittels statt und wird dazu verwandt, die einzelnen Schmierschichten, deren äusserste an dem sich drehenden Zapfen bez. an dem ruhenden Lager haften, gegeneinander zu verschieben. Das Reibungsmoment würde bei dieser Auffassung, wenn eine völlig centrische Lage von Zapfen und Lager vorausgesetzt werden dürfte, proportional der Umdrehungsgeschwindigkeit des Zapfens und von dem Zapfendrucke unabhängig werden; in den Proportionalitätsfaktor gehen dabei die Konstante der inneren Reibung des Schmiermittels sowie die Lagerabmessungen ein. Wieder war es Osborne Reynolds[25]), der den hydrodynamischen Ansatz der Lagerreibung weiter ausbildete und verfeinerte, indem er die Annahme einer centrischen Lage des Zapfens fallen liess, diese vielmehr selbst aus der Forderung bestimmte, dass die auf den Zapfen übertragenen hydrodynamischen Reibungswirkungen und Drucke dem von aussen übertragenen Zapfendruck das Gleichgewicht halten sollen.

Was sagt nun die Erfahrung zu dem einen oder anderen Ansatz? Ganz allgemein gesprochen ergiebt sich folgendes: Bei kleinen Geschwindigkeiten oder hoher Belastung ist in erster Linie die Grösse des Zapfendruckes massgebend, bei hohen Geschwindigkeiten oder

relativ geringer Belastung wird das Reibungsmoment von dem Zapfendruck unabhängig. Im ersten Fall stellt der Ansatz der trockenen Reibung die Erscheinungen im grossen und ganzen ungezwungen dar, im zweiten Falle nähert sich das Verhalten demjenigen, welches nach dem Ansatz der Flüssigkeitsreibung bei centrischer Zapfenlage zu erwarten ist.

In letzter Zeit sind eine Reihe ausgedehnter experimenteller Untersuchungen über Lagerreibung angestellt. Namentlich verweise ich auf die Beobachtungen von Stribeck[26]), die ich mit eigenen theoretischen Überlegungen vergleichen möchte. Indem ich mich auf den Boden der reinen hydrodynamischen Theorie stellte und die Reynoldsschen Rechnungen weiterführte und vereinfachte, konnte ich gewissermassen die Brücke zwischen den beiden mehrfach genannten Ansätzen schlagen.[27]) Es zeigte sich nämlich, dass die hydrodynamische Theorie in der Grenze für grosse Geschwindigkeiten den einfachen Petroffschen Ansatz liefert, dagegen in der Grenze für hinreichend kleine Geschwindigkeiten einen Ausdruck für das Reibungsmoment ergiebt, der mit dem Ansatz: Reibungskoeffizient $\times$ Zapfenradius $\times$ Zapfendruck zusammenfällt. Dabei ist in dieser Auffassung der Wert des Reibungskoeffizienten bei hinreichend kleiner Geschwindigkeit („des Reibungskoeffizienten der Ruhe", wie wir sagen können) eine einfache Funktion der Lagerabmessungen und von der Grösse des Zapfendruckes sowie von der Natur des Schmiermittels unabhängig.

Über das Verhalten bei mittleren Geschwindigkeiten ist namentlich folgendes hervorzuheben: es giebt für jede Belastung eine gewisse günstigste Geschwindigkeit, bei welcher das Reibungsmoment zum Minimum wird. Die theoretische Lage dieses Minimums stimmt nun, was die Abhängigkeit vom Zapfendruck, von der inneren Reibungskonstante etc. betrifft, wie es scheint, aufs beste mit den Beobachtungen von Stribeck überein.

Noch auf einen Punkt möchte ich hierbei hinweisen. Nach der Auffassung der trockenen Reibung müsste der Zapfen in einem Punkte der Lagerschale anliegen, der von der Richtung des Zapfendruckes aus entgegen dem Sinne der Umdrehung verschoben ist. Nach der hydrodynamischen Theorie dagegen ist die Stelle grösster Annäherung zwischen Zapfen und Lager und die Stelle grössten hydrodynamischen Druckes von der Richtung des Zapfendruckes aus im Sinne der Umdrehung verschoben. Es sind nun auf meine Anregung von Herrn Bauführer Becker in der Eisenbahnhauptwerkstätte Witten im Frühjahr dieses Jahres die zur Reparatur eingelieferten Lokomotiven auf die Abnutzung ihrer Lager und auf ihre Tragflächen hin geprüft worden. Von 20 zur Untersuchung geeigneten Lagern ergab sich, dass 16 Lager, im Sinne der Umdrehung gesprochen, mehr vorn, nur 2 mehr hinten getragen hatten, während bei den übrigen 2 der Ort des Tragens unentschieden blieb. Wie es scheint, bestätigt also diese kleine statistische Erhebung wenigstens qualitativ die Voraussagen der hydrodynamischen Theorie in ziemlich auffälliger Weise.

In quantitativer Hinsicht freilich bleiben noch manche Dunkelheiten bestehen, die nur durch gleichzeitige experimentelle und theoretische Untersuchung geklärt werden können. Es unterliegt keinem Zweifel, dass der praktische Ingenieur auf dem Gebiete der Lagerreibung der Hauptsache nach vorderhand auf den Versuch angewiesen bleibt; dabei wird ihm aber, wie überall, die theoretische Auffassung des Vorgangs zu bestimmten Fragestellungen verhelfen und den verschlungenen Weg der Beobachtung zu erhellen imstande sein.

Hochgeehrte Versammlung! Die vorangegangenen Ausführungen können keinen anderen Zweck verfolgen, als den, Ihnen zu zeigen, dass auf dem Gebiete der technischen Mechanik ein reges wissenschaftliches Leben herrscht, dass dieses Gebiet überreich ist an Problemen, reich an harten spröden Aufgaben, reich aber auch an schönen, fast gereiften Früchten, die nur der kundigen Hand warten, die sie zu pflücken versteht.

Die Zeit ist gründlich vorüber, da der Physiker und Mathematiker sich von den Bestrebungen der Technik vornehm zurückhielt, da er in diesen Bestrebungen einen geringeren Grad wissenschaftlicher Bethätigung erblickte, als in den Arbeiten seines eigenen Ideenkreises. Die technischen Wissenschaften haben sich, zumal bei uns in Deutschland, aus der ihnen innewohnenden Kraftfülle heraus selbständig und selbstbewusst in die Höhe entwickelt; wir theoretischen Naturforscher rechnen es uns zur Ehre an, wenn wir an dem Aufbau der technischen Wissenschaften in unserer Weise mitarbeiten können, und wir preisen unser gutes Glück, wann immer es uns mit den grossen Aufgaben der Technik in lebendige Berührung bringt.

Litteraturnachweise.

1) Sitzungsber. d. Berliner Akademie d. Wiss. Nov. 1901, S. 1086. Vgl. auch Polemik darüber zwischen Grüneisen und Schüle, Zeitschrift d. Vereins deutscher Ingenieure **46**, 1903, S. 1512 und 1840.

2) Vgl. hierüber den Bericht von F. Kötter: Die Entwickelung der Lehre vom Erddruck. Deutsche Mathematiker-Vereinigung **2**, 1893, Abschnitt III, insbes. den Schluß.

3) Beschrieben in der Ztschr. für den Phys. u. Chem. Unterricht (Poske) Jahrg. 1888 S. 137, sowie in Dyck: Katalog mathematischer Modelle, Apparate und Instrumente, herausgeg.

im Auftrage der Deutschen Mathematiker-Vereinigung, München 1892, Nachtrag S. 83.

4) Gesammelte Werke 1, S. 175, Journal für Mathematik (Crelle) **92**, Verhandlungen d. Vereins zur Beförderung des Gewerbefleißes Berlin 1882.

5) Ann. der Phys. u. Chem. (Wiedemann) **43**, 1891, S. 61; **45**, 1892, S. 262; **58**, 1896, S. 357.

6) Föppl, Vorlesungen über technische Mechanik **3**, S. 73.

7) Zeitschrift d. Vereins deutscher Ingenieure **45**, 1901, S. 73 und 118, Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens Heft 2. (Berlin bei Springer.)

8) Zeitschrift d. Vereins deutscher Ingenieure **44**, 1900, S. 1524.

9) Ann. der Phys. (Drude) **4**, 1901, S. 567. Diskussion hierzu zwischen Mohr und Voigt. Ztschr. d. Vereins deutscher Ingenieure **45**, 1901, S. 740.

10) Über Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit. Wien 1870. (3. Aufl. 1891.)

11) Vgl. K. Heun, Kinetische Probleme der wissenschaftlichen Technik, Jahresbericht der deutschen Mathematiker-Vereinigung **9**, 1900.

12) Ztschr. d. Vereins deutscher Ingenieure **38**, 1894, S. 1091.

13) Mitteilungen der Hamburger Mathematischen Gesellschaft 1898.

14) Dynamik der Kurbelgetriebe, Leipzig 1901.

15) Ztschr. d. Vereins deutscher Ingenieure **43**, 1899, S. 506 und 573.

16) Schweizerische Bauzeitung **22**, 1893, Nr. 17—20; **23**, 1894, Nr. 17—18.

17) Glasers Annalen **50**, 1902.

18) Marinerundschau 5. Heft, 1899, Aufsatz von Diegel.

19) Ztschr. d. Vereins deutscher Ingenieure **46**, 1902, S. 391, Mitteilungen über Forschungsarbeiten. (Berlin bei Springer) Heft 6.

20) Ztschr. d. Vereins deutscher Ingenieure **46**, 1902, S. 391; diese Zeitschrift **3**, 286, 1902.

21) Vgl. die experimentelle Arbeit, Philosophical Transactions, London 1883 = Collected Scientific Papers **2**, S. 50 (Cambridge Press), sowie die theoretische Arbeit, Philosophical Transactions, London 1895 = Coll. Scient. Papers **2**, S. 535. Ferner einige Vorträge in der R-Institution of London, Coll. Scient. Pap, **2**, S. 153, S. 524.

22) Amsterdamer Akademie Verslagen, Mai 1897.

23) Vgl. insbesondere Coll. Scient. Papers **2**, S. 537.

24) Z. B. die zusammenfassende Arbeit von Forchheimer, Zeitschr. d. Vereins deutscher Ingenieure **45**, 1901, S. 1736.

25) Philosophical Transactions, London 1886 = Coll. Scient. Papers **2**, S. 228.

26) Ztschr. d. Vereins deutscher Ingenieure **46**, 1902, S. 341 und Mitteilungen über Forschungsarbeiten. (Berlin bei Springer) Heft 7.

27) Die Arbeit ist im Erscheinen begriffen in der Ztschr. für Mathematik und Physik (herausgeg. von Mehmke und Runge).

O. Fischer (Leipzig), Physiologische Mechanik[1]).

Die Physiologie hat von jeher der Mechanik die mannigfaltigsten Aufgaben gestellt. So hat sie beispielsweise die Anregung gegeben zu einer Mechanik des Kreislaufes, einer Mechanik der Verdauung, einer Mechanik der Atmung, einer Entwickelungsmechanik, wobei allerdings der Begriff „Mechanik" nicht immer in der üblichen engen und präzisen Fassung, sondern zum Teil in einem allgemeineren philosophischen Sinne verwendet worden ist. Die Physiologie hat weiterhin die Mechanik nicht nur zur Erklärung der Körperform und von mancherlei Einrichtungen im Bau bestimmter Abschnitte des pflanzlichen und tierischen Organismus, sondern auch für das Verständnis der Funktion und der Arbeitsleistungen derselben zu Rate gezogen.

Das physiologische Hauptanwendungsgebiet für die Mechanik bildet dagegen die Lehre von den Gliederbewegungen des Menschen und der Tiere, sei es, dass dieselben zum Zwecke der Lokomotion, sei es, dass sie zur Verrichtung irgend einer anderen Arbeit ausgeführt werden. Man bezeichnet diesen Teil der Physiologie, auf den sich der Vortrag ausschliesslich bezieht, zweckmässig als „physiologische Mechanik im engeren Sinne." Da dieselbe sich mit ganz eigentümlichen Problemen an die Mechanik wendet, so erscheint sie in besonderem Masse geeignet, auch rückwärts befruchtend auf den abstrakten Ausbau der Mechanik einzuwirken.

In dem Vortrag ist nun ein Überblick über die sich darbietenden Probleme und ihre bisherigen Lösungen gegeben worden.

Von einer physiologischen Mechanik, welche es sich zur Aufgabe stellt, die Gliederbewegungen des menschlichen und tierischen Körpers mit den exakten Mitteln der Mathematik und Mechanik zu untersuchen, kann man im Grunde erst reden, seitdem die Brüder Wilhelm und Eduard Weber durch ihre klassischen Untersuchungen über die Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge den Beweis erbracht haben, dass Bewegungen des Menschen, insbesondere solche, welche er beim Gehen und Laufen ausführt, einer exakt mechanischen Behandlung zugänglich sind. Es haben zwar die grossen Naturforscher und Mediziner des Altertums, wie Aristoteles und Galen, auch schon den Bewegungen des Menschen, namentlich den Lokomotionsbewegungen ihr Interesse zugewendet, und es sind auch später, so im 17. Jahrhundert, dem Zeitalter eines Huyghens, Newton, Leibniz, von verschiedenen Naturforschern, wie Fabricius ab Aquapendente, Gassendi und vor allen Dingen Borelli, ferner im 18. Jahrhundert von Albrecht von Haller und Barthez, und im ersten Drittel des 19. Jahrhunderts von Magendie, Roulin, Gerdy und Poisson Untersuchungen über das Gehen und Laufen angestellt worden. Bei allen diesen Untersuchungen handelte es sich jedoch mehr um theoretische Spekulationen, welche der empirischen Grundlagen ermangelten. Versuche zur Feststellung der bei der Lokomotion und anderen Gliederbewegungen des Menschen befolgten Bewegungsgesetze und der durch die Gelenkverbindungen zwischen den einzelnen Teilen des Körpers gesetzten Bedingungen für

1) Sitzung der naturwissenschaftlichen Hauptgruppe am 24. Sept. 1903.

die Bewegungen und der Ursachen derselben sind mit Ausnahme einiger Messungen von Gassendi und Borelli nicht angestellt worden.

Es ist daher nicht zu verwundern, dass man vor dem Erscheinen der Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge zu klaren Begriffen über die Bewegungen des menschlichen Körpers nicht gekommen ist. —

Während die technische Mechanik sich zwar ihre Probleme nicht stellen kann, aber doch eine gewisse Freiheit in Bezug auf Material, Gestalt, Massenverteilung und Gliederung bei der Herstellung ihrer Maschinen besitzt, findet die auf lebende Organismen angewandte Mechanik die Objekte ihrer Untersuchungen fertig in der Natur vor. Ein wesentlicher Teil ihrer Aufgaben hat sich daher mit der Feststellung der rein mechanischen Eigenschaften des lebenden Körpers zu beschäftigen. Insbesondere hat sie eingehende Untersuchungen anzustellen über die Art der Gelenkverbindungen, über die Dimensionen und die Massenverteilung bei den einzelnen Körperteilen, soweit die letztere durch Schwerpunktslage und Grösse der Trägheitsmomente für alle Schwerpunktsachsen charakterisiert wird, bevor sie die sich darbietenden kinetischen Probleme in Angriff nehmen kann. Da der menschliche und auch der tierische Körper in der Regel einen viel verwickelteren Bau, insbesondere eine viel mannigfaltigere Gliederung aufweisen als die meisten Maschinen, so sieht sie sich mehr als sonst eine angewandte Wissenschaft zu vereinfachenden und zum Teil schematisierenden Annahmen über die Natur ihrer Untersuchungsobjekte gezwungen, um das mechanische Verhalten des Organismus überhaupt erst der mathematischen Behandlung zugänglich zu machen.

Die Probleme der physiologischen Mechanik, welche man bis jetzt exakt gelöst hat, sind nicht sehr zahlreich. Der Grund für diese Thatsache ist zum Teil darin zu suchen, dass man mit unzureichenden Mitteln an die Untersuchungen herangegangen ist, zum Teil auch darin, dass die hierzu notwendigen anatomischen Grundlagen vor nicht allzu langer Zeit erst gewonnen worden sind. Noch zur Zeit der Brüder Weber kannte man weder Masse und Schwerpunktslage, noch Trägheitsmomente der verschiedenen Körperteile, so dass sich die beiden Forscher für ihre Theorien der verschiedenen Lokomotionsarten zu den weitgehendsten Schematisierungen, wie Steifheit der ganzen unteren Extremitäten, Verlegung der Masse des Beines und der Masse des ganzen Körpers nach je einem Punkte u. a. m. gezwungen sahen. Auch den Beispielen der Anwendung von Sätzen der Mechanik auf lebende Wesen, welche man gelegentlich in den Lehrbüchern der Mechanik findet, hat man ähnliche vereinfachende Annahmen zu Grunde legen müssen. Ausserdem hat man in dem abstrakten Ausbau der Mechanik bisher zu wenig den besonderen Bedürfnissen der Biologie Rechnung getragen.

Von anatomischer Seite ist bis jetzt hauptsächlich nur der menschliche Körper auf seine mechanischen Eigenschaften genauer untersucht worden, und zwar sind auch nur für die grösseren Abschnitte desselben Schwerpunktslage und Trägheitsmomente bestimmt worden. Es erstrecken sich daher die Anwendungen der Mechanik vor allen Dingen auf den menschlichen Körper. Soweit sie kinetischer Natur sind, beziehen sie sich in letzter Linie auf die Thätigkeit der Muskeln und behandeln teils Fragen der Muskelstatik, teils solche der Muskeldynamik; insofern sie dagegen nur rein kinematischen Verhältnissen gewidmet sind, haben sie entweder die Untersuchung der Gelenke des menschlichen Körpers zum Gegenstand, oder sie beschäftigen sich mit der empirischen Feststellung und kinematischen Analyse bestimmter Bewegungsvorgänge des lebenden Körpers, wie z. B. der Lokomotion.

Was zunächst die Gelenke des Menschen und der Tiere anlangt, so unterscheiden sich dieselben von den in der Technik verwendeten Gelenken wesentlich durch den Umstand, dass die Flächen, mit welchen benachbarte Knochen in einem Gelenk in Berührung kommen, keine starre Form aufweisen. Alle Gelenkenden der Knochen sind mit einer, an grösseren Gelenken des Menschen bis zu 5 mm dicken Knorpelschicht überzogen, die sich unter Druck deformieren lässt. Da im Leben die Gelenke stets unter einem durch verschiedene Ursachen, wie Muskelspannung, Bänderspannung, Luftdruck u. a. hervorgerufenen veränderlichen Drucke stehen, so werden die in Betracht kommenden genauen Formen der Gelenkflächen im Grunde erst während der Bewegung gebildet; dieselben lassen sich daher an anatomischen Präparaten nicht mit Sicherheit feststellen, sondern nur auf Grund der anatomischen Befunde theoretisch erschliessen. Daraus erklärt sich auch zum Teil der grosse Formenreichtum in den organischen Gelenken und die Thatsache, dass an Präparaten niemals genaue Kongruenz der beiden Gelenkflächen nachzuweisen ist.

Es giebt im Organismus Gelenke, bei denen die Flächen während der Bewegung in ausgedehntem Kontakt bleiben, und es giebt solche, bei denen die Berührung der Flächen verhältnismässig beschränkt ist. Während bei jenen die Bewegung in einem Gleiten der beiden Gelenkflächen gegeneinander bestehen muss, ist bei diesen mit dem Gleiten in der Regel gleichzeitig ein Rollen verbunden, wie es z. B. beim Kniegelenk der Fall ist. In solchen Gelenken ist dann auch die Form der Gelenkflächen in

geringerem Masse bestimmend für die Bewegung wie bei denen der ersten Art. Untersuchungen über den Zusammenhang zwischen Gelenkform und Gelenkbewegung haben es daher in erster Linie mit den Gelenken zu thun, bei welchen während der Bewegung ausgedehnte Berührung der beiden Flächen stattfindet.

Während bei starrem Material nur wenige Flächenarten, nämlich nur die Schraubenflächen mit ihren speziellen Arten, den Rotationsflächen und Prismen- beziehungsweise Cylinderflächen, für Gelenke mit Flächenkontakt verwendet werden können, ist die Mannigfaltigkeit der möglichen Gelenkformen im Organismus an sich eine unbegrenzte. Da jedoch die Deformation der Gelenkknorpelschicht über eine gewisse Grenze nicht hinausgehen kann, so lehnen sich die Formen der Gelenkflächen immerhin im allgemeinen an die Schraubenflächen und ihre speziellen Arten an. So findet man bei zahlreichen Gelenken des menschlichen und tierischen Körpers wenigstens annähernd den Typus der Rotationsflächen verwirklicht, so z. B. beim Hüftgelenk, Schultergelenk, Ellbogengelenk, oberen Sprunggelenk, den Fingergelenken u. a. In diesen Fällen wird die Deformierbarkeit des Knorpels in erster Linie dazu verwendet, die Abweichungen von der Form reiner Rotationsflächen und die Inkongruenzen zwischen den zusammengehörenden Flächen eines Gelenks auszugleichen, ohne die Bewegungsfreiheit im Gelenk zu ändern. Es kommen aber auch Gelenke vor, in denen die Deformierbarkeit der Gelenkflächen der Grund für eine Vergrösserung der Bewegungsfreiheit wird. Dies ist der Fall, wenn der bei starrem Material aus der Form der Gelenkflächen herrührende Zwang zur Unterdrückung gewisser Bewegungsarten für bestimmte Richtungen relativ so klein ist, dass er bei etwas deformierbaren Gelenkflächen nahezu verschwindet.

Ein Beispiel hierfür liefern die Sattel- und Sphäroidflächen, welche man vielfach im menschlichen und tierischen Organismus vorfindet. Dieselben lassen sich infolge der Deformierbarkeit des Gelenkknorpels zwar in ihrer Form nicht streng geometrisch definieren; man kann aber bestimmte Grenzformen angeben, zwischen welchen die Gelenkflächen liegen müssen, wenn die Deformierbarkeit des Knorpels ausreichen soll, um ein Gleiten der beiden Gelenkflächen aufeinander mit ausgedehntem Flächenkontakt zu ermöglichen. So schliessen sich beispielsweise die Flächen der Sattel- und Sphäroidgelenke in ihrer Form eng an die hyperbolisch beziehungsweise elliptisch gekrümmten Teile einer Kreisringfläche an.

Beide Flächenarten gestatten nun unter Inanspruchnahme der Deformierbarkeit des Knorpelüberzugs innerhalb gewisser Grenzen Drehungen um alle Gelenkachsen, welche auf der mittleren Flächennormale senkrecht stehen, schliessen dagegen eine Drehung um die Flächennormale selbst nahezu aus. Derartige Sattel- und Sphäroidgelenke besitzen daher mit grosser Annäherung nur 2 Grade der Freiheit.

Während man bei starrem Material nur eine einzige Fläche findet, welche dem Gelenk zwei Grade von Bewegungsfreiheit verleihen würde, nämlich die Kreiscylinderfläche, lassen sich, wie die angeführten Beispiele lehren, bei Gelenken mit deformierbaren Flächen noch auf andere Weise 2 Grade der Freiheit erreichen.

Dass überhaupt Gelenke von grösserer Bewegungsfreiheit im Organismus vertreten sind, bedingt einen weiteren charakteristischen Unterschied von den in der Technik verwendeten Gelenken.

Während die letzteren entweder schon durch die Form ihrer Flächen zwangläufig sind, oder doch nur mit 1 Grad von Bewegungsfreiheit verwendet werden, besitzen viele Gelenke des menschlichen und tierischen Körpers nicht nur 2, sondern sogar 3 Grade der Freiheit.

Während ferner die Glieder einer Maschine nur zu zwangläufig geschlossenen kinematischen Ketten im Reuleauxschen Sinne vereinigt sein dürfen, kommen im menschlichen und tierischen Körper zwar auch geschlossene Ketten vor, wie z. B. am menschlichen Thorax, an den Kiefern einiger Giftschlangen, am Schnabel und Vorderarm der Vögel. In den meisten Fällen hat man es dagegen mit offenen kinematischen Ketten zu thun. Ich verweise in dieser Hinsicht nur auf die Extremitäten des Menschen und vieler Tiere, bei denen infolgedessen im allgemeinen die relative Bewegungsfreiheit mit der gegenseitigen Entfernung zweier Glieder der Extremitäten zunimmt.

Von besonderem Interesse für die physiologische Mechanik sind nun Untersuchungen über die Art der Gelenkbewegungen.

Handelt es sich um ein Gelenk von 1 Grad der Freiheit, so empfiehlt es sich in dem Falle, dass man es nicht mit einer festen Gelenkachse zu thun hat, die beiden windschiefen Flächen abzuleiten, welche während der Bewegung im Gelenk nach dem von Reuleaux eingeführten Sprachgebrauch aufeinander abschroten. Da die meisten Gelenke wenigstens annähernd einen festen Gelenkmittelpunkt aufweisen, so vereinfacht sich die Aufgabe dahin, die zwei aufeinander abrollenden Kegel der instantanen Drehungsachsen zu bestimmen, von denen jeder in einem der beiden durch das Gelenk miteinander verbundenen Körperteile festliegt. Um diese Aufgabe zu lösen, muss man sich natürlich zunächst dadurch eine genaue Kenntnis der Relativbewegung des einen Körperteils zum anderen verschaffen, dass man die Bahnen dreier nicht in gerader Linie liegender Punkte auf

empirischem Wege bestimmt. Hierzu eignet sich vor allen Dingen die Momentphotographie; dieselbe ermöglicht auch am einfachsten die für die weitere Untersuchung notwendige eindeutige Beziehung der drei Bahnkurven aufeinander.

Eine derartige kinematische Analyse ist beispielsweise für das, einen Teil des menschlichen Ellenbogengelenks bildende Gelenk zwischen dem Oberarmknochen und dem Ellenknochen des Unterarms ausgeführt worden.

Bei Gelenken von 2 Graden der Freiheit hat die Untersuchung vor allen Dingen ihr Augenmerk auf die ∞^1 Achsen zu richten, um welche der eine Körperteil relativ zum anderen von jeder Gelenkstellung aus im Leben gedreht werden kann. Dieselben liegen stets in einer Ebene, und die einzelnen Fälle unterscheiden sich nur durch die Lage dieser Achsenebene zu den beiden Körperteilen.

Soweit die Gelenke des menschlichen Körpers von 2 Graden der Freiheit bis jetzt untersucht worden sind, hat sich ergeben, dass im Organismus hauptsächlich zwei verschiedene Typen verwirklicht sind. Bei dem einen Typus steht die Achsenebene in jeder Gelenkstellung senkrecht zu der Halbierungslinie des Winkels, den eine bestimmte Gerade des einen Körperteils mit einer bestimmten Geraden des anderen bildet, wobei für eine ausgezeichnete Gelenkstellung, die sogenannte Primärstellung des Gelenks, diese beiden Geraden und die zwischen ihnen liegende Winkelhalbierende zusammenfallen. Bei dem anderen Typus geht die Achsenebene in jedem Falle durch je eine bestimmte Gerade beider Körperteile hindurch.

Der erste Bewegungsmodus findet sich, so weit die Untersuchung bisher zu Resultaten geführt hat, mehr oder weniger genau befolgt in allen den Gelenken des menschlichen Körpers, welche zwar am Präparat 3 Grade der Freiheit, dagegen im Leben nur 2 Grade der Freiheit aufweisen. Dies ist beispielsweise der Fall bei den Bewegungen des Auges in der Augenhöhle, ferner in den Gelenken an der Basis der mittleren Finger, im Handgelenk. Der erste Bewegungsmodus tritt aber auch in Gelenken auf, welche nur durch die Deformierbarkeit des Knorpels auf 2 Grade der Freiheit gebracht sind, also z. B. in Sattel- und Sphäroidgelenken. Entdeckt wurde dieses Bewegungsgesetz zuerst am Auge von Listing und führt deshalb den Namen des Listingschen Gesetzes.

Der andere Bewegungsmodus hat sich bisher nur bei Gelenken vorgefunden, welche schon am Präparat infolge besonderer anatomischer Einrichtungen 2 Grade der Freiheit besitzen. Dies ist z. B. der Fall beim Gelenk zwischen dem Speichenknochen des Unterarmes und dem Oberarmknochen, wo durch die Verkettung beider Knochen mit dem Ellenknochen, und beim Kniegelenk, wo durch eine eigentümliche Anordnung der Gelenkbänder die 2 Grade der Freiheit hergestellt werden.

Die im menschlichen Körper auftretenden Gelenke von 3 Graden der Freiheit besitzen fast alle einen nahezu festen Gelenkmittelpunkt, so dass die beiden Relativbewegungen ziemlich genau sphärisch sind, wie z. B. beim Hüftgelenk und Schultergelenk.

Was nun die kinetischen Probleme der physiologischen Mechanik anlangt, so hat man sich vor allen Dingen die Bewegungsgleichungen des menschlichen oder tierischen Körpers zu verschaffen. Für die Ableitung derselben empfiehlt es sich, diejenige Form der Lagrangeschen Differentialgleichungen zu Grunde zu legen, bei der allgemeine Koordinaten verwendet sind, welche die Lage und Gestalt des lebenden Körpers vollständig und in eindeutiger Weise bestimmen. Um eine Stellung des menschlichen Körpers im Raume eindeutig zu charakterisieren, braucht man ausser den drei räumlichen Koordinaten eines Punktes desselben, etwa des Gesamtschwerpunktes, nur noch Winkelkoordinaten, welche die Richtung der n Körperteile, in die man sich den Körper zerlegt denkt, im Raume festlegen. Wären alle Gelenke Kugelgelenke, also solche von 3 Graden der Freiheit, so würde jeder Körperteil drei Richtungskoordinaten erfordern, etwa die sogenannten Eulerschen unsymmetrischen Winkel, und man hätte im ganzen $3n + 3$ allgemeine Koordinaten; ebenso gross wäre natürlich dann auch die Anzahl der Freiheitsgrade, welche das ganze Gelenksystem besitzen würde. Durch den Umstand, dass die meisten Gelenke weniger wie 3 Grade der Freiheit aufweisen, verringert sich die Anzahl der erforderlichen allgemeinen Koordinaten. Berücksichtigt man insbesondere nur ebene Bewegungen des ganzen Körpers, so beträgt die Anzahl der allgemeinen Koordinaten, und dementsprechend die der Freiheitsgrade des Systems, nur noch $n + 2$, da man in diesem Falle die Lage des Gesamtschwerpunktes durch zwei Koordinaten und die Richtung jedes Körperteiles durch einen Winkel eindeutig bestimmen kann. In erster Annäherung stellt z. B. der Gang des Menschen in gerader Richtung eine ebene Bewegung dar, wobei man zunächst von den Drehungen des Rumpfes und der Extremitäten um ihre Längsachsen und den seitlichen Schwankungen derselben absieht.

Infolge der grossen Anzahl der allgemeinen Koordinaten werden nun die Bewegungsgleichungen nicht nur sehr zahlreich, sondern jede einzelne erscheint auch zunächst in sehr verwickelter, ausgedehnter und wenig übersichtlicher Form, wodurch die Verwendung derselben zur Lösung von kinetischen Problemen

sehr erschwert wird. Da ist es geradezu eine Lebensfrage für die physiologische Mechanik, die Form der Gleichungen möglichst zu vereinfachen und für die Anwendung geeigneter zu machen.

Es lässt sich nun nachweisen, dass eine wesentliche Vereinfachung und auch zugleich grössere Anschaulichkeit der Untersuchung durch Einführung gewisser Massensysteme und fester Punkte innerhalb der einzelnen Glieder erzielt werden kann. Das Prinzip, nach welchem diese Systeme und Punkte für den menschlichen Körper abgeleitet werden, ist folgendes: Unter der für alle grösseren Gelenke ziemlich genau zutreffenden Annahme eines unveränderlichen Gelenkmittelpunktes denke man sich im Mittelpunkte eines jeden Gelenks, das einen Körperteil begrenzt, die Masse desjenigen Körperabschnittes konzentriert, welcher nach Durchschneidung des Gelenks abfallen würde. Es wären demnach beispielsweise für den rechten Oberschenkel im rechten Kniegelenk die Massen des rechten Unterschenkels und Fusses, und im rechten Hüftgelenk die Massen des Rumpfes, des Kopfes, des ganzen linken Beines und der beiden Arme zu vereinigen. Man erhält auf diese Weise für jeden Körperteil ein Massensystem, welches die Gesamtmasse des ganzen menschlichen Körpers besitzt. Dieses bezeichne ich als „das dem betreffenden Körperteil zugehörige reduzierte System". Den Schwerpunkt eines jeden reduzierten Systems, der, wie man sieht, einen festen Punkt des dem System zu Grunde liegenden Körperteils darstellt, nenne ich „den Hauptpunkt des letzteren". Die Strecken endlich, welche die Mitten der einen Körperteil begrenzenden Gelenke mit dem Hauptpunkte desselben verbinden, sollen den Namen Hauptstrecken des Körperteils führen.

Es stellt sich nun heraus, dass die Hauptpunkte in der Mechanik eines aus n Gliedern zusammengesetzten Gelenksystems, gleichgültig ob es sich um den menschlichen Körper oder irgend eine verwickelte Maschine handelt, eine ähnliche Rolle spielen, wie der Schwerpunkt bei einem einzelnen starren Körper.

Zunächst stehen die Hauptpunkte der einzelnen Körperteile in sehr engem Zusammenhang sowohl mit dem in seiner Lage fortwährend wechselnden Gesamtschwerpunkt des ganzen Gliedersystems, als auch mit den Schwerpunkten der aus mehreren der n Glieder zusammengesetzten Teilsysteme. Man gelangt nämlich beispielsweise stets zu dem Gesamtschwerpunkt, wenn man beim menschlichen Körper von irgend einem Hauptpunkte aus die Vektorsumme der zu den übrigen Körperteilen gehörenden $n-1$ Hauptstrecken bildet, welche dem Hauptpunke, von dem man ausgeht, innerhalb des menschlichen Körpers am nächsten liegen. Eine weitere, damit zusammenhängende Eigenschaft des Hauptpunktes eines Körperteils ist die, dass er den Angriffspunkt der vertikal nach unten ziehenden Resultante darstellt, mit welcher die Gesamtschwere des ganzen Körpers auf den betreffenden Körperteil zunächst unmittelbar und ausserdem durch Vermittelung der Gelenkverbindungen statisch einwirkt.

Auch die Ableitung der lebendigen Kraft des in irgend welcher Bewegung befindlichen Gelenksystems erfährt durch die Einführung der Hauptpunkte eine wesentliche Vereinfachung. Dies beruht auf folgender Eigenschaft der Hauptpunkte: Erteilt man dem System eine unendlich kleine Verrückung, bei welcher der Gesamtschwerpunkt an seiner Stelle bleibt, und nur die zu einem einzigen Körperteil gehörenden Winkelkoordinaten sich ändern, während alle andern konstant bleiben, so besteht die Verrückung in einer Drehung dieses Körperteils mit gleichzeitiger Translation aller anderen Körperteile. Die Achse dieser Drehung muss nun in jedem Falle durch den Hauptpunkt des betreffenden Körperteils hindurch gehen, wenn der Gesamtschwerpunkt seine Lage im Raume beibehalten soll. Daraus ergiebt sich aber ohne weiteres, dass der aus n Gliedern zusammengesetzte menschliche Körper aus einer beliebigen Stellung in eine unendlich benachbarte mit derselben Lage des Gesamtschwerpunktes dadurch übergeführt werden kann, dass man ihm nacheinander n unendlich kleine Verrückungen erteilt, bei welchen immer nur je ein Glied um eine Achse seines Hauptpunktes unendlich wenig gedreht wird, während alle anderen Glieder gleichzeitig Translationen ausführen. Durch diese Eigenschaft der Hauptpunkte ist man aber in den Stand gesetzt, in relativ einfacher Weise den Ausdruck für die lebendige Kraft des menschlichen Körpers für seine Bewegungen um den Gesamtschwerpunkt abzuleiten, während andererseits der geschilderte Zusammenhang der Hauptpunkte mit dem Gesamtschwerpunkt in bestimmten Fällen leicht den aus der Bewegung des Gesamtschwerpunktes herrührenden Teil der lebendigen Kraft gewinnen lässt.

Wie die Schwerpunkte der reduzierten Systeme, d. h. also die Hauptpunkte der zugehörigen Körperteile, eine wichtige Rolle bei der Aufstellung der lebendigen Kraft und der aus ihr abgeleiteten Bewegungsgleichungen spielen, so ermöglicht ferner die Einführung der Trägheitsmomente und Trägheitsradien der reduzierten Systeme eine wesentliche Vereinfachung der Formeln. Sie bringen es mit sich, dass schliesslich die fertigen Ausdrücke für die lebendige Kraft wie für die Differentialgleichungen der Bewegung nur die Gesamtmasse des ganzen Körpers, nicht aber die Massen der einzelnen

Körperteile in expliciter Form enthalten. Der Einfluss, welchen die letzteren auf den Wert der lebendigen Kraft ausüben, kommt ausschliesslich in den Längen der Hauptstrecken und der Trägheitsradien der reduzierten Systeme zur Geltung.

Der wesentlichste Vorteil aber, welcher durch die Einführung der reduzierten Systeme erzielt wird, liegt darin, dass man durch sie zu einer sehr einfachen und zugleich anschaulichen Interpretation der fertigen Bewegungsgleichungen gelangt. In dem Falle ebener Bewegung ergeben sich beispielsweise für den aus n Gliedern bestehenden Körper $n + 2$ Differentialgleichungen. Zwei von denselben geben den bekannten Satz von der Bewegung des Gesamtschwerpunktes wieder. Die übrigen n sagen dagegen aus, dass bei ebener Bewegung das k^{te} reduzierte System sich so um die zur Bewegungsebene senkrechte Achse seines Schwerpunktes, d. h. also hier des Hauptpunktes des k^{ten} Körperteils dreht, als ob ausser den direkt am Körperteil angreifenden Kräften alle an den übrigen Körperteilen angreifenden Kräfte parallel nach dem nächsten Gelenkmittelpunkte des k^{ten} Körperteils verlegt wären, wobei den Kräften immer die in entgegengesetzter Richtung genommenen Effektivkräfte der zu diesen Gelenkmittelpunkten relativen Bewegungen zuzurechnen sind. Diese einfache Interpretation der zu den einzelnen reduzierten Systemen gehörenden sehr verwickelten Differentialgleichungen wirft nicht nur Licht auf die gegenseitige Beeinflussung der verschiedenen Körperteile in ihren Bewegungen, sondern erlaubt es auch, die Differentialgleichungen im gegebenen Falle unter Berücksichtigung der Beziehungen der Hauptpunkte zu dem Gesamtschwerpunkt und den Schwerpunkten der Teilsysteme sofort in der einfachsten Form anzuschreiben.

Die kinetischen Probleme der physiologischen Mechanik lassen sich nun der Hauptsache nach in zwei Gruppen ordnen.

Die Aufgaben der einen Gruppe fragen nach den Bewegungen der Körperteile, welche ein oder mehrere Muskeln bei ihrer Kontraktion unter gegebenen Verhältnissen, in der Regel bei gleichzeitiger Wirksamkeit anderer innerer und äusserer Kräfte hervorbringen. Eine exakte Lösung derselben scheitert in vielen Fällen an der Unmöglichkeit der Integration der Differentialgleichungen. Soweit bei diesen Aufgaben die Spannungen der Muskeln als bekannt vorausgesetzt werden, besitzen sie ausserdem für die Physiologie mehr rein theoretisches als praktisches Interesse. Denn es ist bisher weder gelungen, die Spannung eines Muskels am lebenden Körper direkt zu messen, noch einem Muskel, etwa durch elektrische Reizung, eine bestimmt angebbare Spannung zu erteilen. Immerhin giebt es manche der ersten Gruppe zufallende Probleme, welche allgemein lösbar sind, weil sie nicht von der Grösse der Spannung der Muskeln und der Integrationsmöglichkeit der Differentialgleichungen abhängen. Hierher gehören beispielsweise die Fragen nach der Wirkungsweise eines isoliert aus der Ruhe sich kontrahierenden Muskels bei Ausschluss aller anderen Krafteinwirkungen. Es sind dabei weniger die absoluten Grössen der von einem Muskel verursachten Gelenkbewegungen von Interesse, als vielmehr die Verhältnisse der in den verschiedenen Gelenken eintretenden Anfangsdrehungen. Diese Verhältnisse sind aber, wie aus den Bewegungsgleichungen hervorgeht, von dem Werte der Muskelspannung unabhängig. Da die kleinen Anfangsdrehungen bei der Bewegung aus der Ruhe den Winkelbeschleunigungen in den Gelenken proportional sind, so verwendet man in diesen Fällen die Differentialgleichungen der Bewegung dazu, unter Vernachlässigung der in ihnen auftretenden Winkelgeschwindigkeiten, die ja bei der Bewegung aus der Ruhe zunächst den Wert Null besitzen, die Verhältnisse der Winkelbeschleunigungen zu berechnen. Diese Verhältnisse, welche dabei als Funktion der Trägheitsradien der reduzierten Systeme und der Hauptstrecken der in Frage kommenden Körperteile erscheinen, stellen dann das kinetische Mass für die Wirkungsweise eines Muskels dar.

In der angegebenen Weise ist das kinetische Mass für eine ganze Reihe von Muskeln der oberen und unteren Extremität bestimmt worden. Es ist dabei besonders hervorzuheben, dass ein Muskel nicht nur auf die Gelenke einwirkt, über welche er sich im menschlichen Körper ausspannt, sondern dass bei seiner Kontraktion im allgemeinen auch ausserhalb seines scheinbaren Wirkungsbereiches liegende Gelenke in Drehung versetzt werden, eine Thatsache, welche lange Zeit von den Physiologen und Anatomen verkannt worden war.

Eine zweite Gruppe von kinetischen Aufgaben der physiologischen Mechanik setzt den Bewegungszustand des menschlichen Körpers für den ganzen Verlauf einer Bewegung als bekannt voraus und fragt nach den Muskeln, welche diese Bewegung im Verein mit äusseren Kräften erzeugen, sowie nach ihrer Spannung. Diese Aufgaben, in denen auch rein statische Probleme, die sich auf Ruhehaltungen des menschlichen Körpers beziehen, mit inbegriffen sind, haben für die Physiologie grossen Wert. Ihre Lösung bildet in gewissem Sinne das Endziel aller Forschung auf dem Gebiete der Muskeldynamik. Probleme dieser Art sind im Prinzip mit Hilfe der Differentialgleichungen immer lösbar; denn es ist ja nur eine Frage der Technik, die Bewegungen des lebenden Körpers

z. B. bei irgend einer Lokomotionsart oder der Leistung einer mechanischen Arbeit, so genau zu messen, dass auch die in den Differentialgleichungen auftretenden Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der einzelnen Körperteile und die Drehungsmomente der äusseren Kräfte, wie der Schwere, für jede Phase der Bewegung bestimmt werden können. Hierbei leistet die Momentphotographie unschätzbare Dienste.

Für die kinematische Analyse irgend einer Bewegung des menschlichen Körpers genügt es, die räumliche Bewegung einzelner, zweckmässig ausgewählter Punkte der verschiedenen Körperteile möglichst genau empirisch festzustellen. Dies lässt sich am exaktesten dadurch erreichen, dass man diese Punkte auf elektrischem Wege intermittierend selbstleuchtend macht. Man bringt zu dem Zwecke an den betreffenden Stellen des Körpers entweder Funkenstrecken oder kleine Geisslersche Röhren von kapillarem Lumen an und schickt durch alle den Strom eines Induktors, dessen Unterbrechungen man etwa mit Hilfe einer Stimmgabel auf genau gleiche Zeitintervalle gebracht hat. Dann lassen sich im dunkeln Zimmer zu gleicher Zeit von beliebig vielen Seiten mit Hilfe gewöhnlicher photographischer Apparate Momentbilder der Bewegung erzielen, ohne dass man genötigt wäre, besondere Momentverschlüsse an den Apparaten anzubringen. Dadurch, dass man die Unterbrechung der Exposition auf diese Weise gewissermassen in das leuchtende Objekt selbst verlegt, erreicht man die für die kinematische Analyse der Bewegungen absolut notwendige Gleichzeitigkeit der in verschiedenen Richtungen aufgenommenen Serienbilder. Man hat dann nur noch die auf jeder Platte befindlichen Serien genau auszumessen, um den ganzen Bewegungsvorgang auf ein räumliches Koordinatensystem beziehen und auf Grund dieser Koordinatenbestimmung die kinematische Analyse vornehmen zu können.

Hat man sich nun so auf empirischem Wege eine eingehende Kinematik des zu untersuchenden Bewegungsvorganges verschafft, so kann man dann die Differentialgleichungen der Bewegung dazu verwenden, für jeden Körperteil das resultierende Drehungsmoment sämtlicher auf denselben einwirkenden Muskeln zu berechnen. Es ist zuletzt Sache einer weiteren, der Muskelstatik angehörenden Untersuchung, dieses resultierende Drehungsmoment auf die einzelnen Muskeln zu verteilen.

Soweit Aufgaben dieser zweiten Gruppe bisher in Angriff genommen worden sind, beziehen sich dieselben fast durchweg auf die Lokomotion des Menschen und der Tiere.

Was insbesondere die Lokomotion des Menschen anlangt, so stammen, wie schon oben angeführt wurde, die ersten ausgedehnten exakten Untersuchungen von den Brüdern Weber. Denn diese haben zum ersten Male versucht, mit den ihnen damals zu Gebote stehenden Hilfsmitteln das beim Gehen, Laufen und Springen befolgte Bewegungsgesetz so genau wie möglich festzustellen. Da ihnen die Momentphotographie noch keine Dienste leisten konnte, so sahen sie sich allerdings genötigt, die Resultate ihrer Messungen durch manche Hypothesen zu ergänzen. Auf dieser Grundlage bauten sie dann mit Hilfe der Lagrangeschen Bewegungsgleichungen ihre Theorien des Ganges, des Eillaufes und des Sprunglaufes auf, welche wenigstens über die Art der die Bewegung des Gesamtschwerpunktes beeinflussenden äusseren Kräfte und über die gegenseitige Einwirkung von Rumpf und Extremitäten eine bestimmte Vorstellung vermitteln. Auf die Thätigkeit der einzelnen Muskelgruppen konnten sie dagegen infolge des allzu hypothetischen Charakters ihrer kinematischen Grundlagen, die sich überdies neuerdings als unhaltbar herausgestellt haben, und infolge der sehr weitgehenden Vereinfachungen bei der Aufstellung der Bewegungsgleichungen ihre Untersuchungen nicht ausdehnen. Immerhin bedeutet die Webersche Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge den ersten Versuch, einen speziellen Bewegungsvorgang des menschlichen Körpers mit den exakten Mitteln der Mechanik aufzuklären.

Nachdem die mechanische Beschaffenheit der Körperteile, soweit sie sich durch Schwerpunktslage und Trägheitsmomente charakterisiert, für die sämtlichen grösseren Abschnitte des menschlichen Körpers durch eingehende Untersuchungen festgestellt worden war, und nachdem mit den jetzt der Forschung zur Verfügung stehenden Methoden und Hilfsmitteln, insbesondere durch die Momentphotographie, sich eine eingehende Kenntnis der Kinematik des Ganges und auch der Bewegungsgleichungen des menschlichen Körpers hatten gewinnen lassen, führte die Untersuchung nicht nur zu sichereren Resultaten über die äusseren Kräfte, insbesondere der vom Fussboden ausgeübten Reaktionen, sondern sie konnte auch schon zum Teil auf die zwischen den einzelnen Körperteilen wirksamen Muskelkräfte ausgedehnt werden. Es war nun auch der Weg geebnet zur exakten Lösung zahlreicher statischer Probleme, die sich zum Teil auf das Stehen, zum Teil auf andere Ruhehaltungen des ganzen Körpers oder einzelner Abschnitte desselben beziehen.

Diese Untersuchungen sind jedoch noch keineswegs abgeschlossen, wie ja überhaupt die physiologische Mechanik im engeren Sinne einen Zweig der Naturwissenschaft darstellt, für den bis jetzt nicht viel mehr als das Fundament geschaffen ist. Es bietet sich daher

dem Naturforscher hier noch ein weites Feld der Untersuchung dar.

Die Arbeit auf diesem Gebiete erscheint aber um so dankbarer, als die Zahl der Arbeiter zur Zeit noch sehr gering ist.

Diskussion zu den drei vorstehenden Vorträgen.

(Von den Beteiligten durchgesehen.)

Ostwald-Leipzig: Ich brauche nicht zu entwickeln, mit welcher Befriedigung ich den experimentellen Standpunkt betonen hörte, den die Mechanik allseitig, selbst in ihrem vollendetsten Teil „der Himmelsmechanik" zur Geltung bringt.

Ich darf vielleicht darauf hinweisen, dass selbst, wenn das Newtonsche Gravitationsgesetz als vollkommen gültig angenommen wird, daneben noch andere Gesetze als streng gültig angenommen werden, deren Zuverlässigkeit mir zweifelhaft erscheint, u. a. das Gesetz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes. Dies Gesetz scheint mir durch die gewaltige neuere Entwickelung verletzt. Bartoli und Boltzmann haben auf den Druck aufmerksam gemacht, der durch die Lichtwirkung hervorgerufen wird: derselbe ist jetzt nicht nur theoretisch, sondern auch experimentell durch Lebedew nachgewiesen.

Denken wir uns nun ein System AB. A sei irgend eine chemische Kombination, die plötzlich entzündet werden kann und einen Lichtblitz von sich giebt, und in B befinde sich ein Körper in Bewegung, dessen Absorptionsvermögen das des schwarzen Körpers ist. Wenn der Lichtblitz erfolgt, so geht von A eine Lichtwelle aus, trifft auf den zweiten Körper, der infolgedessen seine Bewegung verändert, ohne jede korrelative Bewegung anderer Art. Also ist der Satz von der Erhaltung des Schwerpunkts nicht gültig.

Dass dies Umstände sind, welche auch Erörterungen bei den Astronomen veranlassen sollten, scheint mir nicht ausgeschlossen. Ich möchte daran die Hoffnung schliessen, dass in nicht zu ferner Zeit auch bei der Erörterung der Grundlagen der Geometrie der experimentelle Charakter auch dieser Wissenschaft ebenso deutlich zu Tage tritt, wie bei der Mechanik.

Zu den Ausführungen von Prof. Sommerfeld möchte ich in Anschluss an die bekannten Arbeiten von Castiglioni bemerken, dass vielleicht der Energiebegriff auch für das Bruchproblem von ähnlicher Bedeutung werden kann, wie er für das Festigkeitsproblem geworden ist. Der Begriff der Energiedichte kann dazu vielleicht ein Hilfsmittel werden. Die Energiedichte kann für keine Form der Energie über ein bestimmtes Mass hinaus gesteigert werden. Was wir Stoffe nennen, ist durch die Energiedichte charakterisiert. Sie wird vielleicht auch eine charakteristische Grösse für die Bruchfestigkeit werden. Ich möchte mich mit dieser Andeutung begnügen.

Klein-Göttingen: Über das Problem des Lichtdruckes hat Schwarzschild auch gearbeitet, ich überlasse ihm, darauf einzugehen. Die Energiedichte als Mass für die Bruchfestigkeit ist von Beltrami in Vorschlag gebracht worden, es hat sich das aber auch nicht bewährt. Irgend ein einfaches Kriterium für den Eintritt des Zerreissens kann es in praxi gar nicht geben, weil die technischen Materialien zu verschiedenartig sind. Wenn etwa ein Eisenstab reisst, dann sieht man unter dem Mikroskop die Struktur des Eisens, man sieht die relative Verschiebung und die individuelle Deformation einzelner Krystalle, so dass jeder Versuch, den Vorgang als einen kontinuierlichen schildern zu wollen, scheitert; das Eisen ist kein homogenes Kontinuum. Beim Bruch einer Mauer spielen Mörtel und Ziegelstein eine analoge Rolle.

Ich wollte hier noch die historische Seite hervorheben. Wieweit reichen die dreierlei Gebiete der Mechanik historisch zurück?

Bei der physiologischen Mechanik ist wohl wenig aus vergangenen Jahrhunderten zu erzählen; aber die technische Mechanik stand schon bei Galilei und seinen unmittelbaren Nachfolgern mit im Vordergrund. Zuvörderst entwickeln sich die allgemeine Himmelsmechanik und die technische parallel zu einander. Mit Newtons Prinzipien gleichzeitig ist Varignons Statik (um 1700). Im Laufe des 18. Jahrhunderts gehen die Bestrebungen allmählich auseinander, aber erst im 19. sehen wir die Disziplinen sich völlig isolieren. Erst vor 100 Jahren also ist die unheilvolle Trennung der technischen Disziplinen von den Naturwissenschaften eingetreten, die wir nun versuchen, wieder rückgängig zu machen. Nähere Ausführungen über diese geschichtlichen Verhältnisse finden Sie in der Antrittsrede von Prof. Heun in Karlsruhe, die im Dezember 1902 gehalten wurde; Sie finden sie abgedruckt in dem neuesten Hefte der Berichte der Mathematiker-Vereinigung.

Schwarzschild: Ich kann Ostwald erwidern, dass die Astronomen sich dieser Verletzung des Schwerpunktgesetzes bereits bewusst geworden sind. Für grosse Massen liegt sie jenseits der Genauigkeitsgrenzen, die ich vorhin erwähnt habe, für kleine Massen dagegen, Meteorstaub z. B., ist sie in Betracht zu ziehen.

Sommerfeld: Zu der Vermutung von Ostwald, dass vielleicht die Formänderungs-Energie das wahre Kriterium für den Bruch abgeben möchte, möchte ich bemerken, dass von Reuleaux dahin gehende Rechnungen bereits durchgeführt sind. Wenn man die Aus-

druckweise von Ostwald benutzt, so ist die Kapazität ein und desselben Materials für elastische Energie in den verschiedenen Formen als Druck-, Torsions-Energie u. s. w. sehr verschieden. Es scheint hiernach nicht, dass man in der Energiedichte beim Eintreten eines Bruches eine Materialkonstante vor sich hat, die als Festigkeitszahl gelten kann. Wenn es aber allgemeine Sätze thermodynamischer Art giebt, die darauf hindeuten, so müsste man die Untersuchungen von neuem aufnehmen.

Drude-Giessen: Auch die Physiker sind sich schon lange bewusst, dass bei der Erscheinung, die Ostwald erwähnt, das Gesetz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes nicht erfüllt ist. Dieses Gesetz gilt nur für ponderable Massen.

Beim Lichtdruck handelt es sich dagegen um einen Einfluss eines Ätherzustandes auf ponderable Materie. Diese Erscheinungen sind bisher am besten durch die Theorie von H. A. Lorentz dargestellt. Hier wird von vornherein auf das Prinzip der Erhaltung des Schwerpunktes verzichtet.

Ostwald: Ich habe die Bemerkung nicht mit dem Bewusstsein gemacht, dass sie etwa noch nicht gemacht ist, sondern um darauf hinzuweisen, dass neben der Frage der Genauigkeitsgrenze noch andere Fragen hineinspielen, die experimentell zu berücksichtigen sind.

Dann darf ich mich vielleicht noch mit ein paar Worten gegen Klein wenden, dass die einfache Betrachtung, die ich vorgeschlagen habe, bei Eisen nicht stattfindet. Das ist nicht zweifelhaft; denn das Eisen ist ein Gemenge von sehr vielen Stoffen, und es wäre unwahrscheinlich, bei seiner Prüfung ein einfaches Gesetz zu finden. Ein Material, das besser geeignet wäre, wäre vielleicht Glas oder ein anderer amorpher und isotroper Stoff, wo die einfache Volumenbetrachtung vielleicht ausreichend wäre.

Wenn man ein Material im Sinne einer Volumenvergrösserung beansprucht, so ist eine Trennungsfläche das Resultat, wenn das Material nicht aushält. Diese Trennungsfläche besitzt Oberflächenenergie und sie herzustellen, kostet eine Arbeit. Diese Arbeitsgrösse würde bei allen Beanspruchungen, die zur Bildung von Flächen führen, anzuwenden sein.

Runge-Hannover: Bei den Ausführungen von Prof. Schwarzschild ist mir der Gedanke gekommen, ob man nicht a priori sagen kann, dass die Frage nach der Stabilität des Weltsystems eine falsche ist, die keine Lösung finden kann. Denn es ist eine Frage nach dem Verhalten in unendlich langer Zeit. Wir können fragen, was thut das Weltsystem in 1000 Millionen Jahren, in Billionen Jahren etc., aber die Frage nach der Stabilität lautet: was thut es in unendlich langer Zeit. Wir vernachlässigen bei allen auf die Wirklichkeit gerichteten Untersuchungen gewisse Umstände, z. B. den Lichtdruck, das Volumen der Planeten, die wir als Punkte betrachten u. s. f., und sagen, wir haben durch unsere Beobachtungen Anlass, anzunehmen, dass diese Wirkungen so klein sind, dass sie z. B. für 1000 Millionen Jahre nicht in Frage kommen. Stellen wir aber die Frage nach unendlich langer Zeit, so kommt jede Wirkung, und mag sie noch so klein sein, in Betracht, und dann verliert die Frage ihren empirischen Sinn und wird zu einer rein mathematischen Frage.

Schwarzschild: Ich bin Herrn Runge dankbar für seine Ausführungen, da ich diesen Punkt übergangen hatte. Im einzelnen habe ich ängstlich stets die Zeit hinzugefügt, welche ich meinte. Das Wort Stabilität habe ich nur gebraucht, um populär verständlich zu sein.

Klein: Die transzendentale Frage ist physikalisch in der That inhaltsleer, aber sie hat doch ein grosses mathematisches Interesse. Ist das Problem der drei Körper, so wie es üblich ist, angesetzt, was folgt daraus für $t = \infty$? Das ist eine präzise mathematische Frage, auf die wir jetzt noch nicht antworten können, auf die der menschliche Geist aber doch jedenfalls antworten möchte und auf die er wohl auch einmal wird eine Antwort geben können. Aber die Antwort wird eine Bedeutung für die Astronomie als solche nicht haben, weil bei ihr Voraussetzungen zu Grunde liegen, die in der Wirklichkeit nicht genau zutreffen. Ähnlich verhält es sich immer mit den Interessen der reinen Mathematik und derjenigen der Anwendungen.

Ich hatte noch darauf aufmerksam machen wollen, dass der Begriff der Turbulenz der Flüssigkeitsbewegung, von der Sommerfeld gesprochen, noch in einem anderen Gebiet Anwendung findet. Man hat gefunden, dass Wasser in Röhren nach Überschreitung einer gewissen „kritischen" Geschwindigkeit nicht mehr in parallelen Fäden fliesst, sondern sich in Wirbeln bewegt, wobei der Widerstand viel grösser wird. Analoge Vorgänge spielen nun auch in der Meteorologie eine Rolle. Über dem Meere strömen die Winde wesentlich in parallelen Fäden, wenn sie aber über Land streichen, wo Berge und Thäler abwechseln oder auch nur Bäume und Sträucher hervorragen, bilden sich Wirbel, und man hat turbulente Bewegungen. Und nun giebt die Meteorologie das Resultat, dass diese Wirbel nicht unbegrenzt in die Höhe reichen. Wie hoch sie reichen, weiss man noch nicht genau. Versuche mit Drachen z. B. in Göttingen zeigen, dass in 100 m Höhe der Drachen hin und her schwankt, in 500 m Höhe dagegen still steht. Interessant wäre die Frage, ob eine solche obere Grenze der Turbulenz bei

dem technischen Problem auch beobachtet ist. Allerdings sind ja die Grössenverhältnisse in der Technik zumeist anders, die Rohrdurchmesser scheinen zu klein.

v. Oettingen-Leipzig: Ich kenne leider die von Drude angeführten Arbeiten von Lorentz nicht, ich würde aber mit einem sehr unheimlichen Gefühl den Saal verlassen, wenn wirklich das 3. Newtonsche Bewegungsgesetz umgestossen wäre, wenn die Thatsache des Lichtdrucks gegen das Schwerpunktsgesetz verstiesse. Ich erlaube mir daher die Frage, ob man nicht wird annehmen können, dass das von dem gestossenen Körper ausgesandte Licht seinerseits in der Weise zurückwirkt, dass das Gesetz erhalten bleibt. Die Zeitfrage macht da allerdings eine Schwierigkeit. Ist ferner das Gravitationsproblem ein Zeitproblem oder nicht, merkt der Sirius sofort, wenn ich hier die Hand bewege?

An eine freiwillige Bewegung des Schwerpunktes ohne äussere Kräfte werde ich nicht leicht glauben, eher an einen Irrtum der Denker.

Wien-Würzburg: Die Frage, ob der Satz vom Schwerpunkt beim Lichtdruck gilt oder nicht, hängt mit den Grundlagen der Elektrodynamik zusammen. Stellen wir uns auf den Boden der Lorentzschen Theorie, nimmt man ruhenden Äther an, so kann der Satz vom Schwerpunkt im allgemeinen nicht gelten, und Poincaré hat die Bedingungen abgeleitet, für welche er gilt, für welche nicht. Ist dagegen der Äther beweglich, und teilt man ihm eine noch so geringe träge Masse zu, so kann man dem Satz vom Schwerpunkt genügen. Experimentell lässt sich hierüber garnichts entscheiden, denn es reicht dazu eine Dichte von 10^{-10} aus. Die Entscheidung kann nur durch allgemeine elektrodynamische Betrachtungen gewonnen werden. Das Lorentzsche System ergiebt mit Strenge, dass der Schwerpunktsatz nicht gilt, aber man kann auch noch andere Systeme aufstellen.

Boltzmann-Wien: Zur Beruhigung des Herrn von Oettingen will ich folgendes bemerken: wenn man den Äther als nichts betrachtet, so gilt entschieden der Schwerpunktssatz nicht. Aber das gilt auch vom Gesetz der Erhaltung der Energie, von der auch ein Teil im Äther seinen Sitz hat. Aber wenn man will, kann man sich die Sache immer auch so vorstellen, dass der Äther eine ganz minimale Masse hat. Also bei allen thermodynamischen Vorgängen, also auch beim Lichtdruck kann man sich vorstellen, dass eine Menge Äther in entgegengesetzte Bewegung kommt. Für Äther und Körper zusammen gilt dann der Schwerpunktssatz. Ebenso kann der Äther Energie aufnehmen. Schon bei der strahlenden Wärme ist das der Fall, wo die Energie während der Strahlung im Äther vorhanden ist. Ebenso hat die sogenannte elektrokinetische Energie ihren Sitz im Äther.

v. Oettingen: Also der Schwerpunktssatz steht als unumstösslicher Satz oben an und kann nicht angezweifelt werden, sondern die Folgerungen der Denker.

Ostwald: Ich freue mich, dass diese Anregung auf fruchtbaren Boden gefallen ist, weil es sich um Beziehungen handelt, die von weiteren Gesichtspunkten betrachtet werden können. Das Gesetz von der Erhaltung der Bewegung des Schwerpunktes ist eines der Gesetze, die sich unter den Begriff der Erhaltung der Energie-Kapazitäten zusammenfassen lassen. Diese Erhaltungsgesetze sind nicht allgemein, da im Fall der Wärme die betreffende Kapazitätsgrösse, die Entropie, keinem Erhaltungsgesetze unterliegt, sondern einem Vermehrungsgesetz. Deshalb ist der Gedanke naheliegend, dass auch die anderen Erhaltungsgesetze nur bedingt richtig sind. Wenn man voraussetzt, dass die Lichtbewegung selbst und die Reaktion darauf mechanischer Natur sind, so wird auch das Schwerpunktsgesetz gelten. Aber der Zusammenhang der Energie mit der Materie ist einseitig. Materie ohne Energie kennen wir nicht, wohl aber Energieformen, bei denen wir Masse und Gewicht nicht nachweisen können. Ich halte es für zweckmässig, von der Erfahrung auszugehen, dass es solche Energieformen giebt, bei denen der Nachweis eines solchen Zusammenhanges noch nicht erbracht ist. Es wird also wohl darauf hinauskommen, dass der Satz der Erhaltung der Energiekapazitäten eine Ergänzung dahin erfahren muss, dass eine Kapazität für die andere eintreten kann, so dass es wohl auf ein Summengesetz der Erhaltung hinauskommen wird.

v. Oettingen: Wird bei der Annahme des Lichtdruckes nicht der leuchtende, Licht aussendende Punkt zurückgestossen?

Klein: Es wird ja ein Blitzlicht angenommen, der leuchtende Punkt sendet zuerst einen Blitz aus und erst nach Verlauf einer endlichen Zeit findet die Wirkung auf den 2. Punkt statt.

v. Oettingen: Bei der Gravitation erhebt sich dieselbe Schwierigkeit wie bei der Schwerpunktsfrage. Je nachdem meine Handbewegung vom Sirius sofort bemerkt wird oder erst nach einiger Zeit, je nachdem ergiebt sich eine Erhaltung des Schwerpunktes, resp. seine zeitlich kurze Verschiebung.

Schwarzschild: Für die Astronomen liegt, wie ich früher sagte, die betreffende Verschiebung jenseits der Grenzen der Genauigkeit. Was die Ausbreitung der Gravitation mit der Zeit betrifft, so hat man von Lorentz gelernt, dass man eine solche als mit Lichtgeschwindig-

keit erfolgend annehmen kann, aber die astronomischen Fakta geben keine nähere Aufklärung darüber. In Bezug auf sie kann man die Ausbreitung als unendlich schnell oder als mit Lichtgeschwindigkeit oder mit einer millionenmal grösseren Geschwindigkeit erfolgend annehmen. Die Entscheidung bleibt Geschmackssache.

Ostwald: Es ist möglich, durch chemische oder mechanische oder Wärmeprozesse, z. B. elektrische Energie zu erzeugen, wo noch keine vorhanden war. Die Summe der Elektrizitätsmenge ist stets gleich Null, aber man kann die positive und die negative Elektrizität trennen, und von dem Augenblick an beginnt die Energieausbreitung. Bei der Gravitationsenergie dagegen können wir die Masse auf keine Weise erschaffen; diese Grösse ist nur positiv, sie kann nur geteilt und zusammengesetzt, aber nicht erschaffen werden, wo sie nicht war. Das scheint mir einen Unterschied zwischen den Zeitphänomen hier und dort zu bedingen.

Klein: Die neueste Litteratur über das, was man über die Fortpflanzung der Gravitation weiss, finden Sie in dem ersten Heft von Bd. V der mathematischen Encyklopädie, Artikel Zenneck.

v. Oettingen: Ja, die Frage ist doch, ob und wie das dritte Newtonsche Axiom Rücksicht nimmt auf die Zeit.

Wien: Es ist vorhin schon von Lorentz' Auffassung der Gravitation die Rede gewesen. Danach ist die Gravitation ein elektrisches Phänomen. Lorentz nimmt an, dass jeder Körper aus positiver und negativer Ladung besteht, und die Gravitation kommt dadurch heraus, dass die positive Elektrizität die negative etwas stärker anzieht, als die Abstossung der gleichnamigen Elektrizitäten beträgt. Wenn man diese Annahme macht, so ist natürlich für den Ruhezustand der Schwerpunktssatz erfüllt. Wenn sich dagegen die Körper bewegen, kommen hier Glieder von zweiter Ordnung hinein, nämlich das Verhältnis der Geschwindigkeit zur Lichtgeschwindigkeit im Quadrat, und wenn diese Glieder hineinspielen, würde auch bei der Gravitation ebenso wie beim Lichtdruck das Gesetz des Schwerpunktes nicht erfüllt sein. Nun sind aber die Glieder so klein, dass auf experimentellem Wege kaum eine Entscheidung zu erhoffen ist.

Drude: Zur Ergänzung der oben gehörten Worte will ich hinzufügen, dass die Hypothese, dass die Gravitation ein elektrisches Phänomen ist, schon früher angestellt worden ist, von Zöllner oder Wilhelm Weber. (Zuruf v. Oettingens: Erik Edlund!)

Charlier-Lund: Herr Schwarzschild behauptet, Poincaré habe bewiesen, dass die bekannte Form $\Sigma A \cos(nt + \alpha)$ für die Koordination der gestörten Körper nicht möglich sei: Das ist nicht richtig, Poincaré hat so etwas nicht bewiesen, sondern sein Divergenzbeweis macht ganz bestimmte Voraussetzungen für die Form der Koeffizienten, dass nämlich die Koeffizienten A nach Potenzen der Masse entwickelt sind; in diesem Falle, hat er bewiesen, ist die Lösung nicht möglich. Aber es ist nicht unmöglich, dass die wahre Lösung des Problems der drei Körper doch von dieser Form sein kann.

In diesem Zusammenhang möchte ich auch auf einen anderen Punkt aufmerksam machen.

Herr Schwarzschild erwähnte eine Äusserung von Poincaré, die ich sehr unglücklich finde, nämlich, die Reihen der Störungstheorie seien halbkonvergent. Poincaré will sogar mathematische und astronomische Konvergenz unterscheiden. Er meint, die Astronomen halten sich nur an die ersten Glieder der Reihe, und sind dann zufrieden, die Mathematiker aber nennen die Reihe divergent. Das ist aber nicht richtig, die Reihen in der Astronomie sind nicht halb konvergent. Nimmt man z. B. eine beliebige Zeit T an, so können die Massen der Körper im Sonnensystem, $m_1, m_2 \ldots$ immer so klein gewählt werden, dass die Reihen für T immer konvergent sind. Es ist aber nicht so, dass man, wenn man höhere Glieder hinzunimmt, semikonvergente Reihen hat und schlechtere Übereinstimmung bekommt. Nein, bleibt man im Konvergenzgebiete, so bekommt man um so bessere Übereinstimmung, je mehr Glieder man nimmt.

Schwarzschild: Was den 1. Punkt angeht, so glaube ich, Herrn Charlier ein Stück weit entgegengekommen zu sein mit der Bemerkung meines Vortrags, dass jene trigonometrischen Reihen möglicherweise für bestimmte, überall dicht liegende Anfangslagen konvergieren. Dass diese Reihen aber auch ohne Entwicklung der Koeffizienten nach der Masse allgemein konvergieren sollten, halte ich für ausgeschlossen, da sie unmöglich alle die beim Dreikörperproblem wirklich auftretenden Bahnformen darstellen können.

In Bezug auf den 2. Punkt hat Herr Charlier sachlich vollkommen recht. In der That kann man die astr. Reihen in zwei Formen schreiben, als semikonvergente Reihen in eleganter Form und als für bestimmte beschränkte Intervalle konvergente Reihen in uneleganter Form. Ich bin auf die letztere Form nicht eingegangen, weil sie in der historischen Entwickelung keine Rolle spielt und in der Beantwortung der „idealen" Frage nicht weiterführt.

Klein (zur Geschäftsordnung) beantragt, die Diskussion wegen vorgerückter Zeit zu schliessen, und zu den anderen Vorträgen nur noch je einen Redner zu hören.

Zum zweiten Vortrag wird das Wort nicht verlangt.

Zum dritten Vortrag.

Runge: Ich möchte gern von Professor Fischer hören, ob nicht in diesem Kreis von Betrachtungen die Bewegungen beim Tanzen, Turnen und Schlittschuhlaufen besondere Berücksichtigung verdienen. Es gehört zu meinen reinsten Freuden, bei diesen Bewegungen zu fühlen, wie ich selbst Objekt der mechanischen Gesetze bin. Beim Schlittschuhlaufen haben wir an der Spur noch dazu mathematische Anhaltspunkte für die wissenschaftliche Betrachtung, der diese Bewegungen viel eher zugänglich sein würden, als die Bewegung des Gehens.

Fischer: Zunächst meine ich, dass die Bewegungen des Tanzens und Schlittschuhlaufens sich als viel komplizierter herausstellen werden, als die des Gehens, wenn man dieselben nicht bloss auf die Bethätigung der allgemeinen Gesetze der Mechanik, wie des Schwerpunktssatzes, des Flächensatzes usw., sondern auch auf die Thätigkeit der Muskeln hin untersuchen will. Es sind jedoch auch die Bewegungen des menschlichen Körpers beim Sport schon zum Teil mechanisch analysiert worden. Über die Ergebnisse dieser Untersuchungen wird Walker im IV. Bande der mathematischen Encyklopädie berichten.

Runge: Es mag sein, dass diese Bewegungen an sich komplizierter sind, als die des Gehens. Aber die Gesetze der Bewegung treten reiner heraus. Ein Mann dreht sich z. B. am Tau hängend; es sieht so aus, als läge eine Verletzung des Flächengesetzes vor; in Wirklichkeit machen die Beine die entgegengesetzte Drehung, so dass die algebraische Summe der überstrichenen Flächen Null ist.

Sir William Ramsay, Einige Betrachtungen über das periodische Gesetz der Elemente.[1] (Referat von E. Bose, nach dem bei J. A. Barth, Leipzig, erschienenen Sonderdruck.)

In der Einleitung dieses hochinteressanten Vortrages weist der Verfasser darauf hin, dass das periodische Gesetz der Elemente bei all seiner anerkannten Wichtigkeit und seinem grossen Werte doch sich bisher durchaus der exakten Formulierung entzogen hat. Trotz der Triumphe Mendelejeffs, dessen Voraussagungen bestimmter Elemente sich auf das glänzendste bewährt haben, liegt im periodischen Gesetz noch eine Fülle des Unerklärten und Rätselhaften, dessen Untersuchung eine besonders lockende Aufgabe ist. Von den Versuchen, Regelmässigkeiten in den Werten der Atomgewichtszahlen zu konstatieren, wird hier nur der von Stoney eingeschlagene Weg näher erörtert, aber auch er scheitert zuletzt an der Unregelmässigkeit der Differenzen zwischen den Atomgewichtszahlen.

„Nun, woran liegt diese Schwierigkeit, einfache Beziehungen zwischen den Atomgewichtszahlen der Elemente aufzufinden? Denn bis jetzt sind alle Versuche, die Unregelmässigkeiten in mathematische Ordnung zu bringen, gescheitert. Kommt es darauf hinaus, dass das Gewicht und mit ihm die Masse oder Trägheit veränderlich sind? . . . . . Es fehlt nicht an Spekulationen, welche dahingehen, dass das Gewicht durch die Temperatur beeinflusst wird. (Es wird auf die Schwierigkeiten der Wägung heisser Körper in Luft oder Vakuum hingewiesen.) Ich kenne bloss einen Versuch in dieser Richtung, welcher ein bemerkenswertes Resultat gibt. Er ist von Baily gemacht, als er die mittlere Dichtigkeit der Erde bestimmte, und Hicks hat den betreffenden Schluss (nämlich von der Abhängigkeit der Masse von der Temperatur) gezogen."

Weiterhin werden die Versuche Landolts besprochen, der zwei reaktionsfähige Körper vor und nach der Mischung gewogen hat und positive oder negative Gewichtsänderungen erhält. Daran anschliessend werden Versuche Jolys erwähnt, welche negative Resultate ergeben; diese benutzen die Bahnbewegung der Erde, um Massenänderungen in reagierenden Systemen vermittels einer Drehwage sichtbar zu machen. Der Unterschied zwischen Landolts und Jolys Versuchen ist prinzipiell der, dass Landolts Versuche Massenänderungen bemerkbar machen, welche teils durch Neuschöpfung von Masse, teils durch Eindringen von Masse in die Reaktionsgefässe zustande kommen, während bei Jolys Versuchen nur im ersteren Falle die Massenänderung nachzuweisen ist.

Ramsay geht nunmehr zur Diskussion der Frage über, ob vielleicht in der Inkonstanz der Atomgewichte der Grund für die Unregelmässigkeiten des periodischen Systems zu suchen wäre, und erwähnt hier zunächst unveröffentlichte Versuche von Frl. Aston, welche sich auf die Salze der Stickstoffwasserstoffsäure beziehen und, mit verschiedenen anderen Versuchen über das Atomgewicht des Stickstoffs zusammengenommen, es sehr möglich erscheinen lassen, dass das Atomgewicht dieses Elements keine Konstante ist. Auf ähnliche Möglichkeiten scheinen Versuche von Steele über Molekulargewichte gasförmiger Verbindungen hinzuweisen.

Ramsay hatte nun nach der Entdeckung der Edelgase erwartet, in diesen Elemente zu finden, bei denen Freiheit von den Umständen

[1] Zweite allgemeine Sitzung am 25. Sept. 1903.

stattfinde, welche möglicherweise die Atomgewichte der anderen Elemente beeinflussen, doch ist diese Hoffnung trügerisch gewesen, da sich auch bei ihnen weder in den Atomgewichten noch in den physikalischen Eigenschaften eine wesentlich bessere Gesetzmässigkeit zeigt.

„Muss man denn das Problem der Regelmässigkeit zwischen den augenscheinlich willkürlichen Zahlen der Atomgewichte als unlösbar aufgeben? Ich glaube nicht. Aber die Lösung des Rätsels ist von einer so spekulativen Natur, dass ich zögere, ihre Aufmerksamkeit darauf zu lenken. Doch sei es mir erlaubt, einmal zu phantasieren. . . . . Die Frage ist also: Giebt es irgend einen Grund zu glauben, dass die Atomgewichte sich verändern können? Haben wir irgend einen Beweis innerhalb unserer Erfahrung, dass die Atomgewichte sich vermindern oder dass sie wachsen? In der sonstigen Natur sieht man oder glaubt man wenigstens, dass alles in einer Art Fliessen sich befindet. Gebirge werden Ebenen; Tiergeschlechter werden verbessert oder degenerieren; ja sogar die Sterne werden zerstreut in Nebel, und Nebel werden zu Sternen verdichtet. Alles fliesst, alles wechselt mit der Zeit. Sind denn die Atome die einzigen Invariabeln?"

Ramsay kommt nun zur Besprechung der radioaktiven Verbindungen und besonders zu den von solchen ausgesandten Emanationen, denen alle Eigenschaften eines strahlenden radioaktiven Gases zukommen. Als solche radioaktive Gase lassen sich die Emanationen durch Einwirkung genügend niedriger Temperaturen kondensieren. In Bezug auf chemische Eigenschaften reihen sich die Emanationen den völlig inerten Edelgasen an. Es ist Ramsay und Soddy gelungen, nachzuweisen, dass Radiumsalze nach und nach Helium liefern und dass dieses nicht eine Beimengung der Radiumpräparate ist, sondern dass ihnen fortgesetzt gebildet wird. Wahrscheinlich findet diese Bildung statt auf dem Umwege über die Emanation, denn das Spektrum der reinen Emanation zeigt zunächst keine Heliumlinien, doch treten diese nach und nach immer stärker auf, indes das Spektrum der Emanation immer mehr zurücktritt. Ob ausser Helium bei diesem Zerfall der Radiumemanation noch ein anderer Stoff entsteht, ist bisher nicht bekannt. Das radioaktive Edelgas der Emanation selbst scheint ein Atomgewicht von etwa 160—200 zu haben. Wenn es bei seiner Spaltung allein Helium lieferte, könnte es sein, dass die höheren Glieder der Elementenreihen Polymere von niederen wären, und wenn sie bei ihrer Zersetzung negative Elektrizität und damit Masse fortschleudern, so könnte man vielleicht die unregelmässige Regelmässigkeit der Atomgewichte der Elemente erklären. Aber bis man weiss, ob und welche andere Körper zu gleicher Zeit erzeugt werden, muss das Geheimnis unerklärt bleiben. Der äusserst interessante Vortrag schliesst mit dem Hinweise darauf, dass man jetzt mit einem Male auf einem Gebiete, wo man viel zu wissen glaubte, nur sehr wenig weiss und von der Wahrheit noch sehr weit entfernt ist; und mit dem Ausspruche eines französischen Philosophen: „Ce que je sais, je le sais fort mal; ce que j'ignore, j'ignore parfaitement."

BESPRECHUNGEN.

H. Bohn, Physikalische Apparate und Versuche einfacher Art aus dem Schäffer-Museum. VI u. 134 S. m. 216 Abb. Berlin, O. Salle. 1902. M. 2.—.

Den meisten jüngeren Physikern wird der Name Schäffer wohl unbekannt sein und doch hat wahrscheinlich ein jeder schon einmal Schäffersche Apparate in den Händen gehabt oder doch wenigstens im Schaufenster eines Glasbläsers gesehen; sind doch die meisten der niedlichen und billigen Glasmodelle hydraulischer Apparate, wie Pumpen, hydraulische Pressen etc., vom Verfasser der „Glasphysik" konstruiert worden.

Eine besondere Neigung und Veranlagung zur Konstruktion einfacher und leicht herzustellender Vorlesungsapparate liess den in Jena im Jahre 1900 im Alter von nahezu 76 Jahren verstorbenen Prof. Schäffer eine Sammlung von mehreren Tausenden von physikailschen Apparaten zusammenbringen, die nach seinem Tode in den Besitz der Karl Zeiss-Stiftung überging und von dieser in Gestalt des Schäffer-Museums der Öffentlichkeit zugänglich gemacht worden ist. Der Verfasser der vorliegenden Schrift hat sich der dankenswerten Aufgabe unterzogen, einem weiteren Kreise Kenntnis von dem Inhalt dieses Museums zu verschaffen; die Schrift soll nicht etwa ein Katalog sein, sondern zeigt an der Hand geschickt ausgewählter Beispiele aus allen Gebieten nicht nur die Stärken Schäffers in der Konstruktion von bei aller Einfachheit und Billigkeit doch brauchbaren und hübschen Apparaten, sondern auch seine Schwächen, die ja unvermeidlich werden, sobald man, wie S. es wohl bisweilen thun mochte

seine Prinzipien „zu Tode reitet". Glas ist gewiss ein treffliches Material, aber Centrifugalapparate aus Glas gehören doch wohl schon zu den lebensgefährlichen Werkzeugen und ein Heronsbrunnen aus Eierschalen und Strohhalmen hat nur ein Seltsamkeitsinteresse. Aber abgesehen von diesen gelegentlichen Übertreibungen wird jeder, der sich für Apparatentechnik und für Demonstrationsmittel interessiert, aus der kleinen Broschüre, mehr noch aber wahrscheinlich aus einem gelegentlichen Besuch des Museums selbst reichliche Belehrung schöpfen können. W. Kaufmann.

(Eingegangen 14. September 1903.)

Paul Güssfeldt, Grundzüge der astronomisch-geographischen Ortsbestimmungen auf Forschungsreisen und die Entwickelung der hierfür massgebenden mathematisch-geometrischen Begriffe. gr. 8. XIX u. 377 S. m. 95 Abbildungen. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1902. M. 10.—.

Das vorliegende Werk des bekannten Reisenden und jetzigen Lehrers an dem orientalischen Seminar hat den Zweck, diejenigen, welche beabsichtigen, auf ihren Reisen zur Feststellung der geographischen Positionen ihrer Reiseroute astronomische Beobachtungen anzustellen, mit den dazu nötigen Kenntnissen auszurüsten. Es kann an dieser Stelle nicht auf die Einzelheiten des Werkes eingegangen werden, es mag nur durch die Anführung der Inhaltsangabe einzelner Kapitel gezeigt werden, wie Verfasser sich den Gang der Ausbildung von Forschungsreisenden (in der erwähnten Richtung) denkt. Kap. 1: Die Elemente der reinen Mathematik oder Analysis (38 S.). Kap. 2: Räumliche Vorstellungen (47 S.). Kap. 3: Die thatsächlichen Grundlagen für astron.-geogr. Ortsbestimmungen (35 S.). Kap. 4: Zeit und Zeitmessung (30 S.). Kap. 5: Sphärische Dreiecke und ihre Darstellung; sphärische Trigonometrie; Allgemeingültigkeit der Grundformeln für die Gesamtheit der sphärischen Dreiecke etc. (46 S.). Kap. 6: Das Universal-Instrument (U.-I.) und seine Fehlertheorie (46 S.). Kap. 7: Messungsmethoden für Zeit, Polhöhe und Azimut (47 S.). Kap. 8: Von den Bedingungen, unter welchen ein Fehler in den Stücken des sphärischen Dreiecks den geringsten Einfluss ausübt auf die zu berechnenden Stücke der Zeit, der Polhöhe und des Azimuts (9 S.). Kap. 9: Das nautische Jahrbuch (N. J.) und der Gebrauch der 5-stelligen Logarithmentafeln (18 S.). Kap. 10: Beispiel für das Berechnen angestellter Beobachtungen (12 S.). Kap. 11: Meridianellipse und Gestirnsparallaxe (17 S.). Kap. 12: Methoden der Längenbestimmung (10 S.). — Anhang: Tafeln. Aus den angeführten Kapitel-Inhaltsangaben geht deutlich hervor, dass das mathematische Element bei weitem in den Vordergrund gestellt ist, was an und für sich wohl nur zu begrüssen sein dürfte, wenn darüber die Praxis nicht etwas zu kurz gekommen wäre. Die Betrachtungen über die allgemeinen Beziehungen in sphärischen Dreiecken, die Untersuchung der Tafelgenauigkeit, oder die genaue Definition des Wesens einer Längenbestimmung durch den Satz: Die Methoden der Längenbestimmung streben danach „einen absoluten Zeitpunkt durch ein Merkmal von zeitlich verschwindender Dauer zu kennzeichnen und durch die Stundenwinkel τ und t auszudrücken", sind gewiss sehr gut und lehrreich, aber leider scheint mir dabei gerade die Längenbestimmungspraxis etwas zu kurz gekommen zu sein. Ambronn.

(Eingegangen 18. September 1903.)

K. Schreber, Die Theorie der Mehrstoffdampfmaschinen. Untersuchung der Frage: „Ist Wasser die vorteilhafteste Flüssigkeit zum Betriebe von Dampfmaschinen?" und Bearbeitung der sich auf diese Frage ergebenden Antworten. IV u. 126 S. mit 12 Zeichnungen im Text. Leipzig, B. G. Teubner. 1903. M. 3.60.

Die Arbeit liefert einen beachtenswerten Beitrag zur Beurteilung der in den kombinierten Wärmekraftmaschinen sich abspielenden thermischen Prozesse, welcher als willkommene Ergänzung der in Zeuners technischen Thermodynamik enthaltenen Theorie dieser Maschinen betrachtet werden muss. Der Verfasser schlägt vor, zur vollständigeren Ausnutzung des durch Kohleverbrennung herstellbaren Temperaturgefälles drei verschiedene Körper nacheinander in einer dreistufigen Maschine arbeiten zu lassen, und zwar in der obersten Stufe Anilin, in der mittleren Wasser, in der untersten Äthylamin. Auf Grund von (allerdings nur geschätzten) Werten der spezifischen und Verdampfungswärmen des Anilins und Äthylamins berechnet der Verfasser dann für die von ihm vorgeschlagene Maschinenanordnung theoretische Wirkungsgrade von 0,38 und thermische von 0,30. Gegenüber den jetzt gebräuchlichen Dampfmaschinen würde demnach die Schreber'sche Dreistoffmaschine eine nicht unerhebliche Verbesserung bedeuten; in welchem Masse aber ihre Vorzüge durch die in dem komplizierten System von Vorwärmern, Überhitzern und Kondensatoren zu erwartenden Verluste reduziert werden, liesse sich nur durch Experimente an einer ausgeführten Anlage feststellen. Immerhin scheint der gute Erfolg der Josseschen Zwei-

stoffmaschine (H_2O und SO_2; siehe Mitt. a. d. Maschlabor. d. Techn. Hochsch. z. Charl. Hft. III) zu einem Versuch mit der Dreistoffmaschine zu ermutigen. — Die Frage der kombinierten Wärmekraftmaschine behandeln ausserdem noch: Behrend, die Abwärmekraftmaschine, Halle 1902 (bespr. diese Zeitschr. **4**, 357, 1903) und Thurston, Journ. of the Franklin Institute 1902, Aug.—Dez.-Heft.

W. Hort.

(Eingegangen 22. Juli 1903.)

A. Helfenstein, Die Energie und ihre Formen. gr. 8. IV u. 152 S. Wien, F. Deuticke. 1903. Mk. 4,20.

Die Versuche, aus einem allgemeinen Prinzip heraus die physikalischen Gesetze zu deduzieren, ähnlich wie die mathematischen Sätze aus einigen wenigen Axiomen, sind nicht selten und kehren immer wieder. Indes müssen alle diese Versuche missglücken, da sie sich gegen das Prinzip des naturwissenschaftlichen Erkennens verfehlen; dieses kann mit Sicherheit nur durch Induktion von den einzelnen Erfahrungsthatsachen zu den allgemeineren Gesetzen und Begriffen fortschreiten. Die Zeit wird noch kommen, wo die physikalischen Erscheinungen in ein geschlossenes System gebracht und auf dem Fundament einiger weniger Begriffe, vor allem auf dem Energiebegriff aufgebaut werden können. Aber vorderhand muss mit Entsagung noch viel Einzelarbeit geleistet werden, und gerade indem dies geschieht, wird das Kommen jener Zeit ermöglicht.

Die vorliegende Schrift gehört zu jenen Versuchen, ein System der Physik aus einigen Axiomen zu deduzieren. So berechtigt der Grundgedanke, so gewandt die Darstellung ist, so scheitert das anerkennenswerte ernste Streben des Verfassers doch an den Einzelheiten und gerät durch manche kühne Behauptung in Widerspruch mit bekannten physikalischen Wahrheiten. Die Titel der einzelnen Teile sind: Über die Energie, Wärmeenergie, Gravitation, Lichtenergie oder strahlende Energie, Chemische Energie, Die elektrischen Energieformen, Magnetismus, Die Energie der Nervenbahnen, Über den genetischen Zusammenhang der Weltmassen und die kosmischen Energien.

Es seien folgende Ansichten des Verfassers mitgeteilt. „Die Gravitationsenergie der Erde besteht in einer zitternden Bewegung der Erde um alle möglichen Achsen, die durch das Erdzentrum gehen." „— Das Licht besteht in teilweise empfindbaren Schwingungen eines Gases von geringer Dichte, das als Äther bezeichnet wird." Die Dichte des Äthers berechnet er aus folgender Proportion $V_e : V_L = \sqrt{\varrho_L} : \sqrt{\varrho_e}$. Hierin ist V_e bez. V_L die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Lichtes bez. des Schalles in der Luft, ϱ_e bez. ϱ_L die Dichte des Äthers bez. der Luft. „Die Elektrizität ist ein Bewegungszustand kleinster Massenteilchen." „Unter Sonnen versteht man Verbrennungsherde des Äthers. Die Verbrennungsprodukte des Äthers sind die Elemente der Sonnenmasse."

J. Stark.

(Eingegangen 4. August 1903.)

C. Pizzighelli, Die photographischen Prozesse. Für Amateure und Touristen. (Handb. d. Phot. Bd. II.) 3. verb. Aufl. bearb. v. Curt Mischewski. gr. 8°. 539 S. mit 221 Abb. Halle, W. Knapp. 1903. 8 Mk.

Das Buch geht weit über den Rahmen eines Amateurwerkes hinaus. Alle Anleitungen sind ausführlich, selbst weitschweifig, aber korrekt. Ganz ungebräuchliche Verfahren sind aufgeführt. Gut sind die Kapitel über Dunkelkammereinrichtung und Ventilation, jeder wird selbstverständlich nach seinem Bedürfnis ändern, man kommt mit viel einfacheren Hilfsmitteln aus, vielleicht sogar besser. Die sehr kurz gehaltene Theorie ist nicht eigentlich unrichtig, aber sie mag zu schiefen Vorstellungen führen, infolge unglücklicher Ausdrucksweise. Ist der Bearbeiter überhaupt Deutscher? Sein entsetzlicher Stil, mit dem er das Buch gewiss nicht verbessert hat, lässt auf das Gegenteil schliessen. Solches „Deutsch" hätte die renommierte Verlagshandlung nicht hingehen lassen dürfen; sie hat das Buch überreich illustriert, und des Guten eher zuviel gethan. Eine Figur ist doppelt und ein Teil veraltet. Es berührt sonderbar, als Quelle für ein Hygrometer eine photographische Zeitschrift angegeben zu finden, und die uralte Tropfpipette Lainer zugeschrieben zu sehen. Das kommt, weil die Herren Verfasser photographischer Bücher sich so wenig auf anderen Gebieten umsehen.

E. Englisch.

(Eingegangen 27. September 1903.)

Für die Redaktion verantwortlich Professor Dr. H. Th. Simon in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.